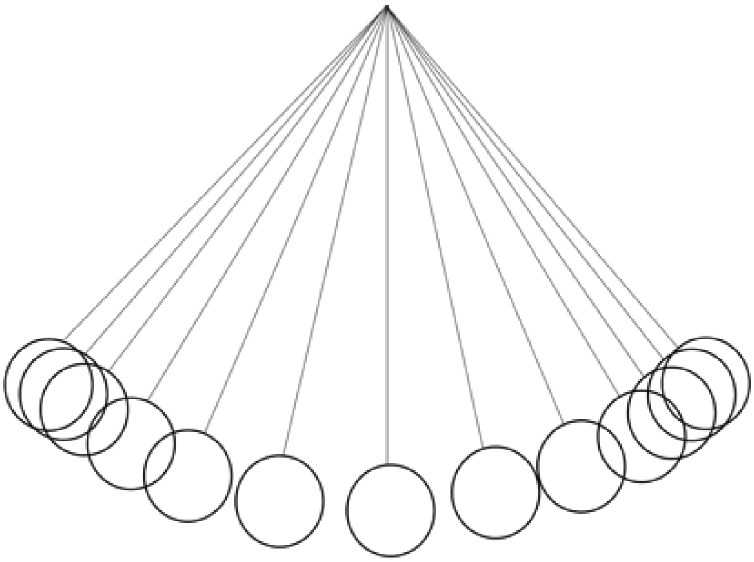
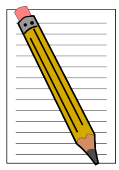


Das Fadenpendel

Oszillationsbewegungen faszinieren durch ihre Harmonizität; sie stellen gleichzeitig ein empfindliches und im besonderen Fall atomarer Oszillatoren auch höchstgenaues metrologisches Werkzeug dar. Schon das einfache Fadenpendel gestattet einen überraschend einfachen Einblick in die wirkenden Kraftfelder.

Schriftliche VORbereitung:



- Was ist die *Erdbeschleunigung*?
- Die Newtonschen Axiome, vor allem $F = m \cdot a$, was bedeuten sie?
- Welches Naturgesetz verlangt, dass die Pendelebene beim Foucaultschen Pendel gleich bleibt?
- Welche Bedeutung haben *Trägheitsmoment*, *Drehmoment*, *Winkelgeschwindigkeit* und *Dämpfung*?
- Welche physikalischen Größen beschreiben die Pendelbewegung?
- Was ist der Unterschied zwischen dem mathematischen und dem physikalischen Pendel?
- Was ist die *Corioliskraft*?

1 Grundlagen

Eine Masse m hängt an einem Faden. Wird sie um den Winkel φ_0 ausgelenkt und losgelassen, pendelt sie hin und her. Sie untersuchen in diesem Versuch Eigenschaften dieser Oszillationen. Um die mathematische Beschreibung dramatisch zu vereinfachen, setzen Sie auf eine Reihe Näherungen, die unterschiedlich weit neben der Wahrheit liegen:

(I) Die Dämpfung ist gering.

(II) Die Auslenkung $\varphi(t)$ bleibt kleiner als 30°

(III) Die räumliche Ausdehnung des Pendelkörpers ist vernachlässigbar klein.

(IV) Der Faden ist massefrei.

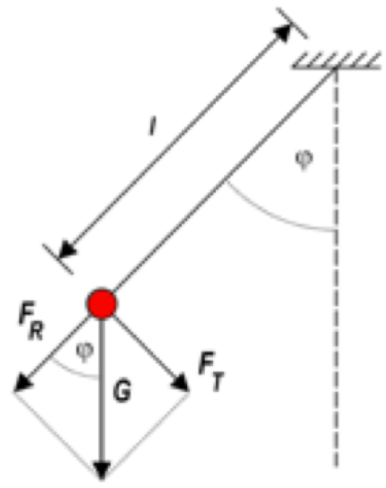


Abbildung 1: Kräfte beim Schwerependel

Die Bewegungsgleichung des mathematischen Pendels

Die Zerlegung der Schwerkraft auf den Pendelkörper in die zwei Komponenten senkrecht und parallel zum Faden führt auf eine Kraft, die den Faden spannt (F_R) und eine, die ein Rückstellmoment bewirkt, $F_T = m \cdot g \cdot \sin(\varphi)$. Dieser Gleichung sehen Sie sofort an: Ist der Ausstellwinkel $\varphi = 0$, hängt die Masse also senkrecht nach unten, wirkt keine Rückstellkraft; bis zum Winkel $\varphi = 90°$ nimmt die Rückstellkraft mit dem Winkel φ zu. Solange φ deutlich kleiner als 30° ist, ist kann der Sinus durch eine Gerade angenähert werden und es gilt $F_T = m \cdot g \cdot \sin(\varphi) = m \cdot g \cdot \varphi$ (der Fehler ist kleiner als die Messunsicherheit beim Stoppen der Zeit). Für diesen Fall gilt für die Schwingung des Pendels eine einfache Formel:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cdot \cos(\omega t); \omega = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

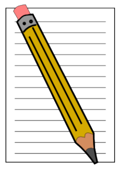
Oder, nach T_0 aufgelöst:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{1}$$

Der Einfluss der Größe der Massekugel

Bei diesen Überlegungen wurde so getan, als wäre die angehängte Masse punktförmig, was sie nun einmal nicht ist. Durch die Pendelbewegung wird die Massekugel ständig hin- und her gedreht. Die führt zu einer gewissen Abbremsung des Pendels, als wäre die Länge etwas größer. Tatsächlich kann man diesen Effekt berechnen. Führt man die effektive Länge $l_{\text{eff}} = (l^2 + 2 \cdot r^2/5)/l$ ein (r ist der Radius der Kugel) gilt statt Gl. 1 die Gleichung:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_{\text{eff}}}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g} + \frac{2r^2}{5l \cdot g}} \tag{2}$$



Aufgaben:

1. Die wirksame Pendellänge ist um Δl größer als die rein geometrische. Messen Sie r und berechnen Sie die Abweichung $\Delta l = l_{\text{eff}} - l$. Für Maschinenbaustudierende: Wie begründet sich die Korrektur?

2 Experimente

Nicht alle Details des Aufbaus und der Messungen sind hier detailliert vorbestimmt. Ihre Kreativität ist gefragt. Sollten Sie Probleme beim Experimentieren haben, schauen Sie, was die anderen Gruppen machen oder fragen Sie die Tutoren.

Bitte vergessen Sie nicht Messaufgabe (M8), die über den Nachmittag verteilt immer wieder durchgeführt werden muss.

Ihre persönliche „Schrecksekunde“

(M1) Messen Sie Ihre „Schrecksekunde“: Versuchen Sie mit der Stopuhr genau 5 s zu stoppen (fünfmal).

(A1) Der Mittelwert der Abweichungen aus fünf Messungen ist Ihre persönliche Messunsicherheit $\mathrm{u}(t)$ für die Zeitmessung.

Einfluss des Pendelausschlags

In der hier abgeleiteten Näherungslösung Gl. 1 hängt die Periodendauer nicht vom Anfangsausschlag ab. Abb. 2 zeigt das Ergebnis einer genaueren Rechnung. Danach nimmt die Periodendauer mit dem Ausschlag zu. Da das Pendel bifilar aufgehängt ist, können Sie den Ausschlag parallaxefrei ablesen.

Um die theoretische Vorhersage zu prüfen, gehen Sie folgendermaßen vor:

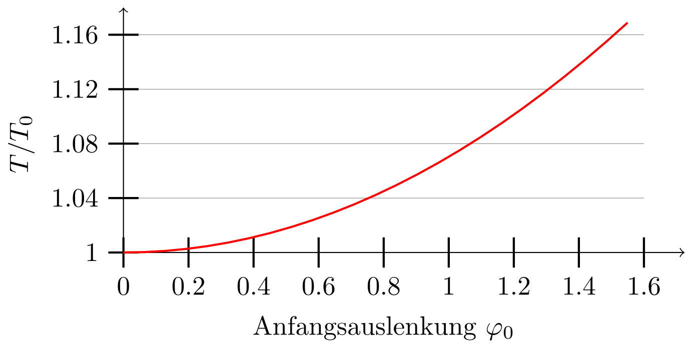


Abbildung 2: Abweichung von T vom harmonischen Wert T_0. Die Periodendauer nimmt leicht mit der Auslenkung zu.

(M2) Wählen Sie für eine Fadenlänge $l > 50\,\text{cm}$ fünf Messpunkte mit $0 < \varphi_0 < 45°(= \frac{\pi}{4})$.

(M3) Messen Sie die Zeit T_{20} für 20 Perioden und bestimmen Sie daraus jeweils die Periodendauer T.

(M4) Messen Sie den Ausschlag φ_{20} nach 20 Perioden.

(A2) Tragen Sie in einem Diagramm T/T_0 gegen $\langle\varphi\rangle_0 = \frac{\varphi_0+\varphi_{20}}{2}$ auf und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit Abb. 2.

(A3) Berechnen Sie die *Messunsicherheit der Periodendauer* ($\mathrm{u}(T = \frac{T_{20}}{20})$) mit $\mathrm{u}(t)$ aus (A1) (siehe [?])

Messung des Ortsfaktors

(M5) Bestimmen Sie für fünf verschiedene Längen $l_1, \ldots, l_5$ die Periodendauer T. Messen Sie dazu jeweils die Zeiten für 5, 10 und 20 Perioden (T_5, T_{10} und T_{20}) und berechnen Sie daraus (auf fünf signifikante Ziffern genau) die Periodendauer T.

(A4) Ihre persönliche Messunsicherheit $\mathrm{u}(t)$ wirkt sich unterschiedlich aus. Berechnen Sie für die drei Fälle T_5, T_{10} und T_{20} jeweils die Messunsicherheit $\mathrm{u}(T)$.

(A5) Tragen Sie $y = T^2$ gegen $x = l$ auf. Den Ortsfaktor g können Sie nach Gl. 1 aus der Steigung A der Ausgleichsgeraden bestimmen.

Messunsicherheit

(A6) Machen Sie eine plausible Annahme über die Messungenauigkeiten $\mathrm{u}(l)$. Bestimmen Sie unter Anwendung des Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetzes aus $\mathrm{u}(T)$ und $\mathrm{u}(l)$ die Messunsicherheit $\mathrm{u}(g)$ („Fehlerbalken“ für die graphische Darstellung). Begründen Sie: Die untere Genauigkeitsgrenze der g-Messung wird von ${}^{\mathrm{u}(l)}/_{l}$ bestimmt, nicht von ${}^{\mathrm{u}(T)}/_{T}$.

Der (Nicht-)Einfluss der Masse des Pendelkörpers

(M6) Untersuchen Sie mit dem Fadenpendel an der Wand den Einfluss der Masse m des Pendelkörpers. Verwenden Sie dazu die bereitliegenden Pendelkörper unterschiedlicher Materialien. Achten Sie darauf, dass das Pendel möglichst eben schwingt und nicht die Wand berührt. Messen Sie die Zeit für 10 Perioden T_{10}. Mindestens 3 verschiedene Pendelkörper/Massen.

(A7) Bestimmen Sie die Periodendauern aus T_{10} (Zeit für zehn volle Schwingungen) für die unterschiedlichen Massen.

Das Foucault-Pendel - Erdrotation

Ein Fadenpendel, einmal angestoßen, schwingt immer in derselben Ebene. Auch wenn sich der Tisch mit der Pendelaufhängung dreht, behält es seine Schwingungsebene bei (Abb. 3). Es wirken ja keine Kräfte quer zur Schwingungsebene.

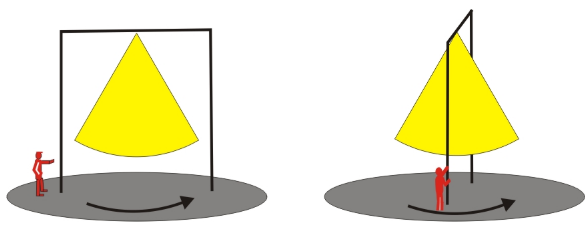


Abbildung 3: Der Tisch dreht sich unter dem Pendel, das Pendel schwingt trotzdem in der anfänglichen Ebene weiter

Corioliskraft

Im Praktikum steht ein Drehtisch mit einem Pendel, das seine Bewegung in Sand schreibt. Können Sie beobachten, dass die Schwingungsebene konstant bleibt? Was würde ein auf dem Tisch mitbewegter Beobachter sehen?

Für einen Beobachter auf dem Tisch ist der Tisch in Ruhe, die Pendelebene jedoch dreht sich. Um dies

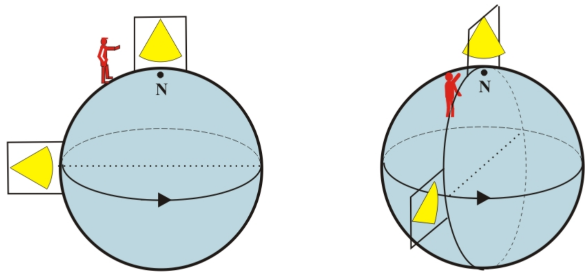


Abbildung 4: Am Äquator lässt sich die scheinbare Drehung der Pendelebene nicht beobachten. Die Erde dreht sich dort nicht unter dem Pendel, die Pendelebene wird von der rotierenden Er

zu verstehen, würde der Beobachter im rotierenden
System eine zusätzliche Kraft, die *Corioliskraft*, berechnen. Mit ihr lassen sich auch die Ablenkungen der großen Windsysteme auf der rotierenden Erde erklären (z. B. die Richtung der Passatwinde). Die Corioliskraft bewirkt auf der Nordhalbkugel für alle Bewegungen, die nicht parallel zur Erddrehung sind, eine Rechtsablenkung.

(M7) Zeichnen Sie die Spuren des Pendels auf dem Drehtisch im Sand auf (z.B. Foto)

(A8) Erklären Sie die Spuren im Sand.

Unter einem Pendel, das genau über dem Nordpol schwingt, dreht sich die Erde einmal ame Tag um 360° hinweg. Ein Beobachter dort auf der Erde sieht umgekehrt, dass sich die Pendelebene dreht. Was beobachten wir hier in Hannover? Unter einem Pendel, das hier aufgehängt ist (Abb. 5), dreht sich der Erdboden (Horizont) entsprechend der nördlichen Breite von $\varphi \approx 52°$ nur mit

$$\omega_{\text{Hannover}} = \omega_{\text{Erde}} \cdot \sin\varphi \approx \omega_{\text{Erde}} \cdot 0{,}79$$

In einer Stunde dreht sich der Erdboden in Hannover somit um $2\pi/24 \cdot 0.79 = 0.21 = 11.8°$. Die Demonstration dieses Effekts gelingt mit dem *Foucaultschen Pendel*. FOUCAULT hat 1850 in Paris ein Pendel mit einer 28 kg schweren Kugel und einem 67 m langen Draht aufgebaut. Im Praktikum steht eine wesentlich kleinere Version.

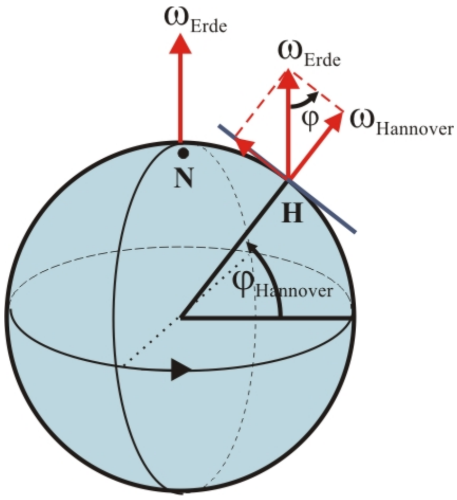


Abbildung 5: Foucault-Pendel im Physik-Praktikum

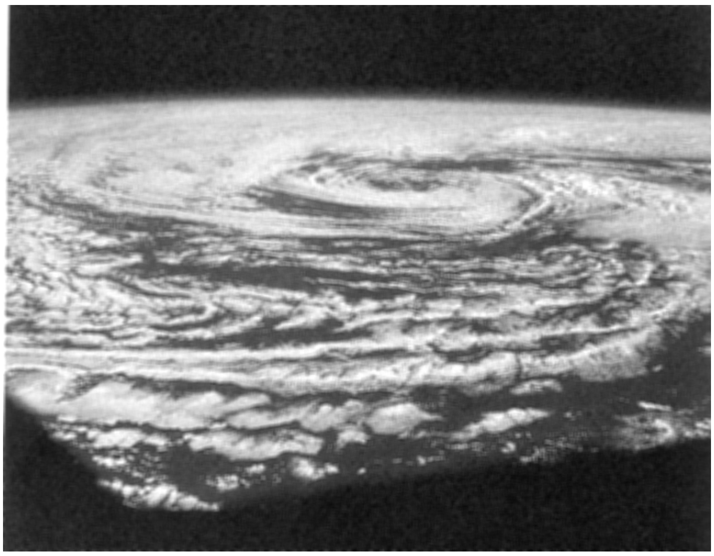


Abbildung 6: Ein Tiefdruckgebiet über der Nordhalbkugel aus 128 km Höhe

(M8) Messen Sie bitte im Lauf des Nachmittags dreimal die Drehung der Pendelebene.

(A9) Stimmen Ihre Werte mit der Theorie überein?