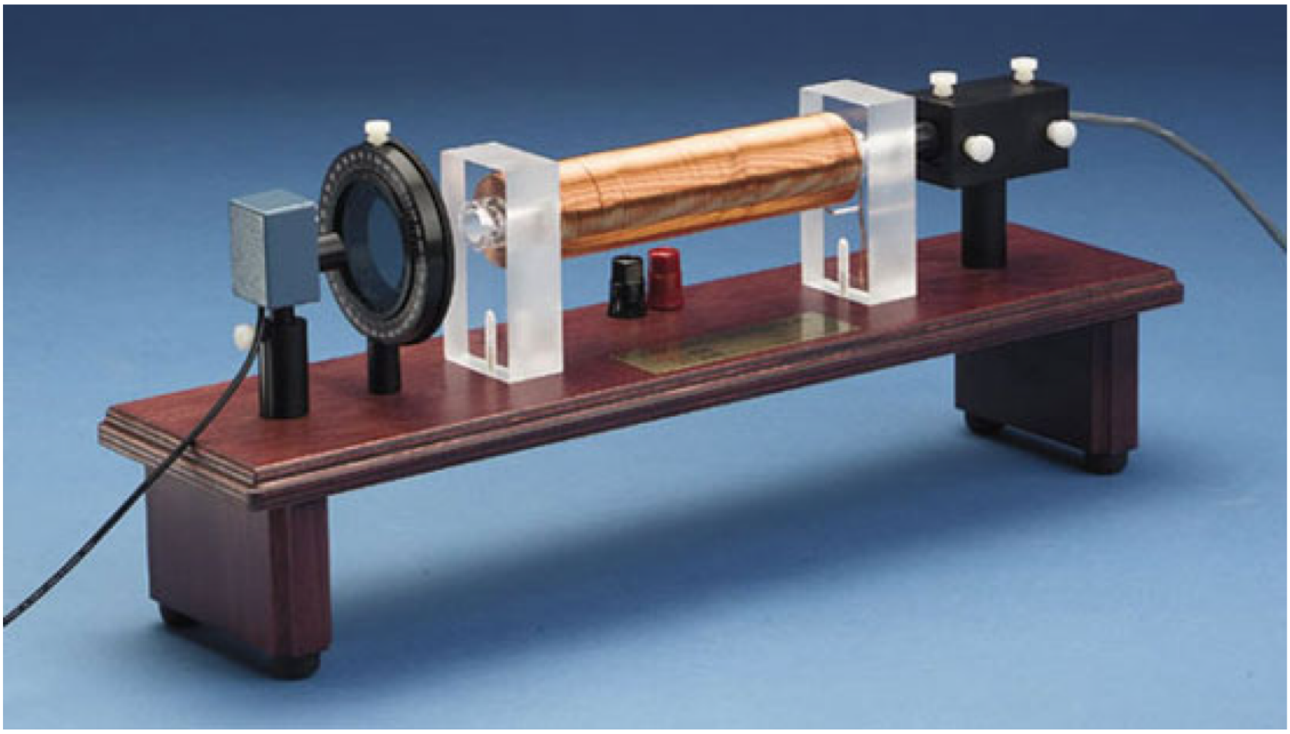


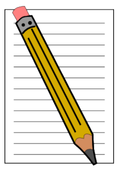
Faraday - Effekt

Im materiefreien Raum wird die Lichtausbreitung durch elektrische oder magnetische Felder nicht beeinflusst. In Materie sieht das ganz anders aus. Es gibt, sog. optisch aktive, Materialien, die durch interne drehaktive Asymmetrien die Polarisationsrichtung polarisierten Lichts drehen (s. Versuch D09). Eine solche Polarisationsdrehung kann bei manchen Materialien auch durch externe Felder induziert werden - auch wenn sie von sich aus gar nicht optische aktiv sind. Glas gehört zu den sog. Faraday-aktiven Materialien, bei denen ein äußeres Magnetfeld die Polarisationsdrehung bewirkt. Die Entdeckung dieses Phänomens geht auf Michael Faraday zurück, der sich 1845 intensiv mit den damals bekannten elektromagnetischen Kraftwirkungen beschäftigte, um sie zu vereinheitlichen.

Bei diesem Versuch geht es um die Untersuchung dieses Effektes und um eine atomphysikalische Erklärung.

Schriftliche VORbereitung:

- Was ist der Faraday-Effekt? Wie kann man ihn erklären?
- Was ist die Verdet'sche Konstante?
- Was versteht man in der Optik unter Dispersion?
- Wie beschreibt man Licht in der klassichen Maxwell-Theorie? Was ist die Polarisation von Licht? Welche Arten der Lichtpolarisation unterscheidet man?
- Wie berechnet man das Magnetfeld einer langen Spule? Wie misst man Magnetfelder und in welchen Einheiten?
- Was ist der Unterschied zwischen $\mathcal{B}$ und $\mathcal{H}$?
- Wie unterscheiden sich Dia-, Para- und Ferromagnetismus?



1 Zur Theorie des Faraday - Effektes

In der klassischen Maxwell-Theorie wird Licht als elektromagnetische Welle beschrieben. Eine *zirkular polarisierte* Welle lässt sich danach als Überlagerung zweier senkrecht zueinander linear polarisierter Wellen mit einer Phasenverschiebung von $\varphi = \pi/2$ beschreiben. Eine elliptische Polarisation entsteht, wenn die Amplituden der zwei Bestandteile nicht gleich sind. Mit σ^+ wird rechtszirkular, mit σ^- linkszirkular polarisiertes Licht bezeichnet (Blickrichtung = Ausbreitungsrichtung):

$$\vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_{\sigma\pm}(z,t) = \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \cdot \left[\vec{e}_x \cos(\omega t - kz) + \vec{e}_y \cos\left(\omega t - kz \pm \frac{\pi}{2}\right)\right] = \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \cdot \left[\vec{e}_x \cos(\omega t - kz) \mp \vec{e}_y \sin\left(\omega t - kz \pm \frac{\pi}{2}\right)\right] \quad (1)$$

Umgekehrt lässt sich eine linear polarisierte Welle als Überlagerung zweier gegensinnig zirkular polarisierter Wellen aufschreiben:

$$\begin{aligned} \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_x(z,t) &= \tfrac{1}{2}(\boldsymbol{\mathcal{E}}_{\sigma+} + \boldsymbol{\mathcal{E}}_{\sigma-}) &&= \vec{e}_x \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \cos(\omega t - kz) \\ \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_y(z,t) &= -\tfrac{1}{2}(\boldsymbol{\mathcal{E}}_{\sigma+} + \boldsymbol{\mathcal{E}}_{\sigma-}) &&= \vec{e}_y \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \sin(\omega t - kz) \end{aligned} \quad (2)$$

Die Gleichung 1 gilt streng so nur im Vakuum. Lichtausbreitung im Material unterliegt der Dispersion (und ggf. auch Absorption). Hier geht es nur um die Dispersion. Setzen Sie also den Brechungsindex n in Gleichung 2 ein ($k = n\omega/c$), jeweils für rechtszirkulares (+) und linkszirkulares (-) Licht n_+ bzw. n_-. Ohne Einschränkung setzen Sie $\boldsymbol{\mathcal{E}}_y = 0$ (Rotationssymmetrie um die z-Achse):

$$\begin{aligned} \vec{\boldsymbol{\mathcal{E}}}_x(z,t) &= \frac{1}{2}\boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \cdot \left[\vec{e}_x \cos\left(\omega\left(t - \frac{n_+}{c}z\right)\right) - \vec{e}_y \sin\left(\omega\left(t - \frac{n_+}{c}z\right)\right) + \vec{e}_x \cos\left(\omega\left(t - \frac{n_-}{c}z\right)\right) + \vec{e}_y \sin\left(\omega\left(t - \frac{n_-}{c}z\right)\right)\right] \\ &\approx \boldsymbol{\mathcal{E}}_\mathbf{0} \cos\left(\omega\left(t - \frac{n}{c}z\right)\right)\left[\vec{e}_x \cos\left(\omega\frac{n_+ - n_-}{2c}z\right) + \vec{e}_y \sin\left(\omega\frac{n_+ - n_-}{2c}z\right)\right] \end{aligned} \quad (3)$$

Ist $n_+ = n_-$ überlagern sich Wellen auch am Ende des Glasstabes ($z = L$) wieder zur gleichen Polarisation wie die der Eintrittswelle. Für einen (kleinen) Unterschied $\Delta n = n_+ - n_-$ addieren sich die Beiträge zu einer linearen Polarisation, die um θ gegen die Ursprungsrichtung gedreht ist:

$$\theta = \frac{1}{2}\omega\frac{L}{c}(n_+ - n_-) = \pi\frac{L}{\lambda}(n_+ - n_-) = \pi\frac{L}{\lambda}\Delta n. \quad (4)$$

Aufgabe: Leiten Sie Gleichung 4 aus Gleichung 1 und Gleichung 2 her. Setzen Sie dazu $n_+ n_- \approx 2 \cdot n$ wobei n der Brechungsindex ohne Magnetfeld ist.

Das externe Magnetfeld zwingt den schwingenden elektronischen Dipolen im Glas zusätzlich eine Präzession auf (Larmor-Präzession mit der Kreisfrequenz $\omega L = (e/m_e) \cdot \mathcal{B}$; vgl. [1]). Damit lässt sich der Unterschied der Brechungsindizes Δn abschätzen:

$$\Delta n \approx \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\omega}\Delta\omega = \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\omega}\omega_L.$$

Mit

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\omega} = \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}\omega} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}$$

berechnet sich der Rotationswinkel zu:

$$\begin{aligned}\theta &= \pi\frac{L}{\lambda}\Delta n = \pi\frac{L}{\lambda}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\omega}\omega_L = \pi\frac{L}{\lambda}\left(-\frac{\lambda^2}{2\pi c}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right)\omega_L = \underbrace{-\frac{\lambda}{c}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\frac{e}{2m_e}}_{V}L\boldsymbol{\mathcal{B}} \\ &= VL\mathcal{B}.\end{aligned}$$

$$V = -\frac{\lambda}{c}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\frac{e}{2m_e}$$

ist die Verdet-Konstante des Materials. Für SF59-Glas wird von der Hersteller-Firma Schott ein Wert für V von 23 (rad/T)/m angegeben.

Die geschlossene Beschreibung des Faraday-Effektes erfordert eigentlich eine quantenphysikalische Theorie der Dispersion. Für den Fall diamagnetischer Materialien sind jedoch auch die gezeigten klassisch-physikalischen Beschreibungen gut brauchbar.

Beispiele

In Tabelle 1 finden Sie beispielhaft die Verdet-Konstanten einiger ausgewählter optischer Materialien. Sie sehen, dass die nach der obenstehenden Theorie erwarteten Werte oft deutlich von den gemessenen Werten abweichen. Man erkennt aber auch, dass zumindest eine größenordnungsmäßige Übereinstimmung vorliegt.

$$\begin{aligned}\mathrm{SF2}: \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda} &= -0{,}077\,\mu\mathrm{m}^{-1}: \quad \mathrm{V_{theo}} = 13{,}3\,(\mathrm{rad/T})/\mathrm{m}; \quad \mathrm{V_{mess}} = 13{,}3\,(\mathrm{rad/T})/\mathrm{m} \\ \mathrm{SF6}: \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda} &= -0{,}124\,\mu\mathrm{m}^{-1}: \quad \mathrm{V_{theo}} = 21{,}5\,(\mathrm{rad/T})/\mathrm{m}; \quad \mathrm{V_{mess}} = 18{,}7\,(\mathrm{rad/T})/\mathrm{m} \\ \mathrm{SF10}: \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda} &= -0{,}101\,\mu\mathrm{m}^{-1}: \quad \mathrm{V_{theo}} = 17{,}7\,(\mathrm{rad/T})/\mathrm{m}; \quad \mathrm{V_{mess}} = 13{,}4\,(\mathrm{rad/T})/\mathrm{m}\end{aligned}$$

Messwerte aus [2].

2 Experiment

Hinweis: Sie messen den Faraday-Effekt mit einem Glasstab aus SF59-Glas der Firma Schott. Dieses Material ist sehr teuer. Lassen Sie es unbedingt in der Spule!

2.1 Der Aufbau

Sie sehen ein Foto des Aufbaus in Abbildung 1. Das Laserlicht ist linear polarisiert und hat die feste Wellenlänge $\lambda = 650\,\mathrm{nm}$. Die Magnetspule hat eine Länge von 20 cm. Der Gleichstromwiderstand beträgt R = 2,6 Ω. Die Stromstärke darf dauerhaft 3 A nicht überschreiten. Kurzfristig (bis zu einer Minute) können Sie jedoch bis zu 6 A verwenden. Eine Kalibrierung hat ergeben, dass für die magnetische Flussdichte gilt: $B = 11{,}1\,\frac{\mathrm{mT}}{\mathrm{A}} \cdot I[\mathrm{A}]$. Der Polarisator kann vorsichtig gedreht werden. Fassen Sie bitte nicht auf die Polarisatorfläche. Sie können das Multimeter verwenden, um die Ausgangsspannung des Detektors zu messen. Achten Sie darauf, dass die Detektorspannung U 300 mV nicht übersteigt. Der Glasstab hat die Länge 10 cm. Da dieser wie erwähnt sehr teuer ist, nehmen Sie ihn bitte nicht zum Messen aus der Spule.

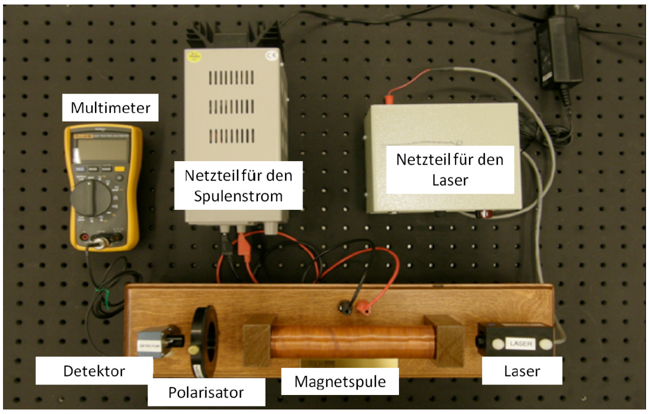


Abb. 1: Ein Foto des Aufbaus.

Bauen Sie den Versuch nun etwa wie in Abbildung 1 auf.

Hierzu gehen Sie wie folgt vor:

1. Schließen Sie den Laser an die Stromversorgung an. Die Buchsen hierfür finden Sie an der Rückseite des Verstärkers. Achten Sie auf die Polung! Das spezielle Kabel schrimt den Laser vor statischer Aufladung ab.
2. Schließen Sie die Spule an das Labornetzgerät an.
3. Schließen Sie den Detektor an das Multimeter an. Achten Sie auf die Verwendung der korrekten Anschlüsse für Spannungsmessung. Als Messbereich sollten Sie den DC-Millivoltbereich einstellen.
4. Bringen Sie den Schalter für den Lastwiderstand am Detektor in die Stellung "1".

2.2 Justage

Achtung: Schauen Sie niemals direkt in den Laserstrahl und richten Sie den Laserstrahl niemals auf andere.

Zur Justage folgen Sie nun den folgenden Schritten:

1. Justieren Sie den Laser mittig durch den Glasstab. Verwenden Sie dazu die Justierschrauben am Laser.
2. Justieren Sie nun den Strahl so, dass er mittig auf den Detektor fällt. Hierzu müssen Sie ggf. den Detektor verdrehen.

Nun ist alles bereit für die Messungen.

2.3 Messungen

Messen Sie die Polarisationsdrehung auf zwei unterschiedliche Weisen: Methode der maximalen Auslöschung und Methode der konstanten Intensität.

Methode der maximalen Auslöschung

(M1) Stellen Sie den Polarisator ohne Magnetfeld so ein, dass sich eine maximale Auslöschung auf der Photodiode ergibt. Notieren Sie den Winkel des Polarisators.

(M2) Schalten Sie das Netzteil ein und erhöhen Sie die Stromstärke des durch die Spule fließenden Stroms in 0,5 A-Schritten auf 3 A.

(M3) Schreiben Sie sich für jeden Schritt den Winkel des Polarisators auf, mit dem Sie zur maximalen Auslöschung zurückkehren.

(M4) Um zufällige Messfehler auszugleichen, wiederholen Sie die komplette Messung fünf mal. (also insgesamt sechs Durchläufe)

Methode der konstanten Intensität

(M5) Drehen Sie den Polarisator 45° über die Stelle maximaler Auslöschung hinaus (ohne Magnetfeld). Notieren Sie den Winkel des Analysators und den Spannungswert U_0.

(M6) Schalten Sie das Netzteil ein und erhöhen Sie die Stromstärke des durch die Spule fließenden Stroms in 0,5 A-Schritten auf 3 A.

(M7) Stellen Sie den Polarisator nach jedem Schritt so ein, dass Sie die Detektorspannung wieder $U = U_0$ beträgt. Notieren Sie für jeden Schritt den Winkel des Polarisators, für den dies der Fall ist.

(M8) Um zufällige Messfehler auszugleichen, wiederholen Sie die komplette Messung fünf mal. (also insgesamt sechs Durchläufe)

Auswertung

Welche Methode verspricht die besseren Ergebnisse?

(A1) Verwenden Sie Ihre Messwerte, um die Verdet-Konstante von SF59 zu bestimmen (jeweils einmal für jede Methode).

(A2) Benutzen Sie die Unsicherheiten aus der Fehlerfortpflanzung für beide Methoden um die Genauigkeit zu vergleichen.

(A3) Stimmt das Ergebnis mit Ihren Erwartungen überein?

(A4) Berechnen Sie daraus den Wert der spezifischen Elektronenladung e/m.

Literaturwerte des Brechungsindex von SF59 für verschiedene Wellenlängen.

Zum Vergleich mit den Literaturwerten finden Sie diese hier aufgelistet. Sie sind einer Auflistung der Firma Schott entnommen.

Tabelle 1: Übersicht der Werte des Brechungsindex von SF59 für ausgewählte Wellenlängen.

λ (nm)	$n(\lambda)$	λ (nm)	$n(\lambda)$	λ (nm)	$n(\lambda)$
404,7	2,0426	589,3	1,9521	1014	1,909 74
435,8	2,015 57	632,8	1,943 24	1060	1,907 88
480	1,988 99	643,8	1,941 31	1529,6	1,895 99
486,1	1,986 04	656,3	1,939 27	1970,1	1,888 87
546,1	1,963 49	706,5	1,932 18	2325,4	1,8835
587,6	1,953	852,1	1,918 56		

Literatur

[1] Marcelo Alonso and Edward J. Finn. *Fundamental university physics / Marcelo Alonso; Edward J. Finn ; 3: Quantum and statistical physics*. Addison-Wesley;, Reading, Mass., 1969.

[2] S. Y. Kim, Y. H. Won, and H. N. Kim. Measurement of the faraday effect of a few optical glasses using a direct polarimetric method. *Journal of Applied Physics*, 67(11):7026–7030, 06 1990.