Interferenz und Kohärenz

Ziele

In diesem Versuch messen Sie die *Kohärenzlänge* unterschiedlicher Lichtquellen und beobachten die Schwebung zweier Lichtfelder sehr ähnlicher Wellenlänge.

Fragen zur Vorbereitung

- Erklären Sie die Begriffe *Kohärenz* (allgemein für mehrere Wellen), *Kohärenzzeit* und *Kohärenzlänge*.
- Klären Sie den Zusammenhang zwischen Kohärenzzeit und spektraler Bandbreite Δf auf.
- Was bedeutet die Kohärenzbedingung für den Aufbau des MI?
- Zwei kohärente harmonische ebene Wellen (gleicher Frequenz) werden überlagert. Von welchen Größen hängt die Amplitude der resultierenden Welle ab ? Wann ist die Amplitude Null, wann maximal? Welche Polarisation müssen die Schwingungsebenen von zwei kohärenten Lichtwellen haben, damit sie interferieren können? Bei welcher Polarisation interferieren sie überhaupt nicht?
- Skizzieren Sie schematisch den Aufbau des Michelson-Interferometer – mit Strahlengang.
- Nennen und beschreiben Sie vier Anwendungen des Michelson-Interferometers.
- Wieso darf beim Michelson-Interferometer eine ausgedehnte Lichtquelle verwendet werden (Verzicht auf räumliche Kohärenz)?

Literatur

/1/ Bergmann·Schäfer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Optik
/2/ Demtröder, Experimentalphysik 2
/3/ Hecht, Optics

Kohärenz

Interferenz kohärenter Wellenzüge

Die Gesamtintensität I zweier sich überlagernder ebener Wellenzüge $E_1(r, t)$ und $E_2(r, t)$ errechnen Sie inzwischen ziemlich problemlos zu

$$I = \frac{1}{2}\varepsilon_r\varepsilon_0 c\left\langle\left|E_1 + E_2\right|^2\right\rangle = I_1 + I_2 + \underbrace{2\sqrt{I_1 \cdot I_2}\cdot\left\langle\left|\cos\left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda} + \varphi_2 - \varphi_1\right)\right|^2\right\rangle}_{\textit{Interferenzterm}}. \qquad (1)$$

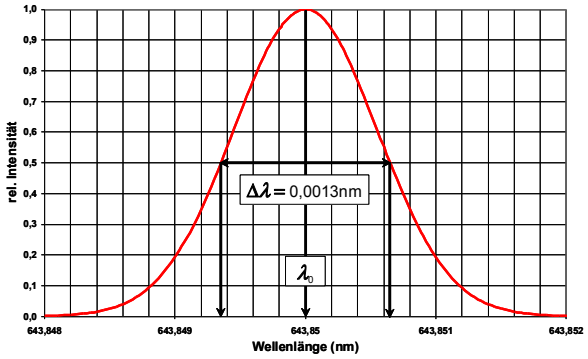
Die spitzen Klammern bedeuten eine zeitliche Mittelwertbildung über einige wenige Perioden des Lichtfeldes. Ohne weitere besondere experimentellen Vorkehrungen ändert sich die Phasendifferenz $\varphi_1 - \varphi_2$ zwischen den Lichtwellen sehr schnell und der Interferenzterm mittelt sich heraus. Somit addieren sich in dem Fall die Lichtintensitäten der zwei Quellen: $I_{ges} = I_1 + I_2$. Ist dagegen die Phasendifferenz im Beobachtungszeitraum konstant, werden Interferenzerscheinungen sichtbar.

Wellen, deren Phasendifferenz $\varphi_1 - \varphi_2$ konstant ist, heißen *zeitlich kohärent*.

Partielle Kohärenz – Kohärenzzeit, Kohärenzlänge

Schwankt die Phase während der Beobachtungszeit um mehr als 2π, mittelt sich der Interferenzterm völlig heraus – die Wellenzüge sind *inkohärent*. Sind die Schwankungen geringer (oder der Beobachtungszeitraum kürzer), bleibt „etwas Interferenz erkennbar" – man spricht von *partieller Kohärenz*. Der Kontrast der Interferenzstreifen ist geringer als im Fall 100%iger Kohärenz. Dieses Phänomen tritt stets bei realen Lichtquellen auf, da diese (und auch alle Farbfilter) eine endliche *Bandbreite* besitzen. Der Zusammenhang zwischen zeitlicher Kohärenz und Bandbreite ist zentral und soll erläutert werden.

Abb. 1 zeigt die typische *dopplerverbreiterte* Form der roten Cd-Spektrallinie einer gewöhnlichen Spektrallampe. Diese Linienform entsteht durch die Überlagerung schmalbandiger Beiträge strahlender Atome mit unterschiedlichen, thermisch verteilten, Geschwindigkeiten. Durch den Dopplereffekt sind die Wellenlängen dieser Beiträge gegen der Zentralwellenlänge $\lambda_0 = 643{,}85\text{nm}$ verschoben und addieren sich zu der gaussförmigen Linie mit temperaturabängiger Breite. Bei Zimmertemperatur entsteht eine Breite von $\Delta\lambda \approx 0{,}0013$ nm (FWHM = Full Width at Half Maximum), bzw. mit $c = \lambda \cdot f$:



1 Linienform der roten Cd-Linie

$$\Delta f \approx |\mathrm{d}f| = \left|\mathrm{d}\left(\frac{c}{\lambda}\right)\right| = \frac{c}{\lambda^2}|\mathrm{d}\lambda| \approx \frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda\,. \tag{2}$$

Kohärenzverlust entsteht dadurch, dass die Phasen von Wellenzügen mit unterschiedlicher Wellenlänge auseinanderlaufen und sich im zeitlichen Mittel aufheben. Der Interferenzkontrast zweier Wellenzüge verschwindet eben gerade, wenn während des Zeitintervalls Δt_C deren Phasendifferenzen auf 2π anwächst. Δt_C wird als *Kohärenzzeit* bezeichnet. Mithilfe von Gl. 2 können Sie abschätzen, wie groß die Kohärenzzeit Δt_C ist. Die korrespondierende Länge $\Delta l_C = c \cdot \Delta t_C$ ist die sog. *Kohärenzlänge*. Anschaulich ist Δl_C die Länge interferenzfähiger, also kohärenter, Wellenzüge (c ist die Lichtgeschwindigkeit).

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta t_C \cdot 2\pi \cdot \underbrace{(f_2 - f_1)}_{\approx \Delta f} \approx 2\pi \Rightarrow \Delta t_C \approx \frac{1}{\Delta f} \text{ und damit } \Delta l_C = c \cdot \Delta t_C = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}. \tag{3}$$

Beispiel: Würden Sie die rote Cd-Linie herausfiltern und als Lichtquelle verwenden, hätten Sie ein partiell kohärentes Lichtfeld mit einer Kohärenzlänge/Kohärenzzeit von

$$\Delta l_C = c \cdot \Delta t_C = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = \frac{(643{,}85\text{nm})^2}{0{,}0013\text{nm}} \approx 32\text{cm};\ \Delta t_C = \frac{\Delta l_C}{c} = 1{,}07\text{ns}.$$

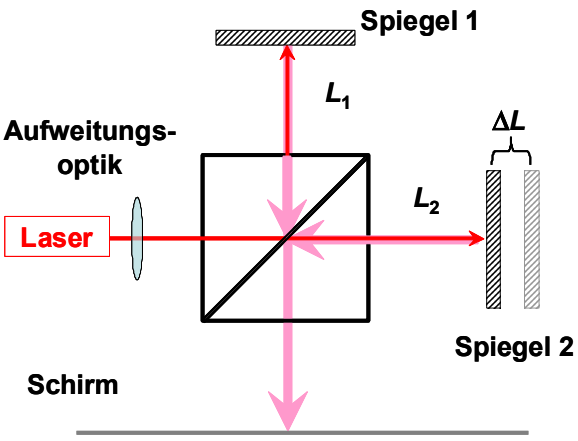
Lichtquelle	Frequenzbandbreite	Kohärenzlänge
Weißes Licht	$\Delta f = 200$ THz	$\Delta l_C = 2$ µm
LED	$\Delta f = 20$ THz	$\Delta l_C = 20$ µm
Halbleiterlaser	$\Delta f = 2$ MHz	$\Delta l_C = 150$ m
He-Ne-Laser $\lambda_0 = 632{,}8$ nm; $\Delta\lambda = 20$ fm	$\Delta f =$ ...	$\Delta l_C =$ ...
He-Ne-Laser frequenzstabilisiert	$\Delta f = 150$ kHz	$\Delta l_C = 2$ km

Aufgabe: Ergänzen Sie bitte in der Tabelle oben die Werte für den He-Ne-Laser.

Abb. 2 zeigt eine Skizze des verwendeten Interferometers. Zur Justage wird als Lichtquelle ein LASER verwendet.

Laserstrahlen sind gefährlich!

- Blicken Sie nie in den Laserstrahl.
- Nehmen Sie auch bitte Ihre Uhren und Fingerringe während des Versuches ab.
- **Fassen Sie bitte auf keinen Fall – niemals – mit den Fingern auf die Spiegel, Linsen oder den Strahlteiler!**



2 Prinzipieller Aufbau des Michelson-Interferometers

Justierung des MI

Es kommt darauf an,

- dass die beiden Teillichtbündel den Piezospiegel und den Mikrometerspiegel möglichst mittig treffen und
- dass die beiden Teillichtbündel auf dem Schirm koaxial zusammenfallen.

(1) Beginnen Sie zunächst mit zwei Spiegeln und dem vom Filter abgeschwächten Laserstrahl. Mit dem ersten Spiegel (Umlenkspiegel) wird der Laserstrahl auf den zweiten Spiegel (Spiegel T) ausgerichtet. Spiegel T wird dann mit seinen beiden Einstellschrauben so justiert, dass einfallender und reflektierter Strahl zusammenfallen – der Rückreflex geht dann in den Laser zurück.

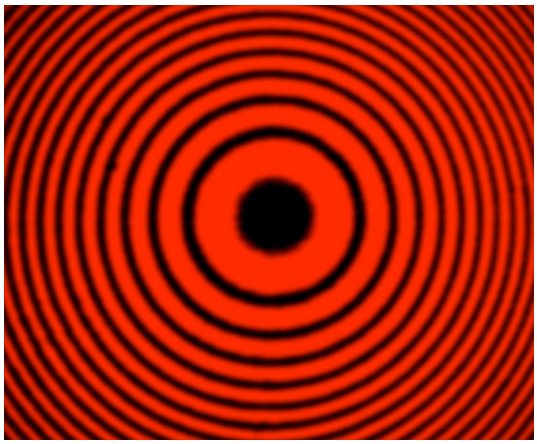
(2) Setzen Sie als nächstes den Strahlteilerwürfel in den Strahlengang (Abstand zu Spiegel T ca. 8 cm). Drehen Sie den Würfel feinfühlig so, dass sich an dem Strahlengang aus 1. nichts ändert.

(3) Decken Sie den Strahlengang mit einem Papier vor Spiegel T ab.

(4) Nun den Mikrometerspiegel einfügen (in möglichst gleichem Abstand vom Strahlteilerwürfel wie den Spiegel T). Der Mikrometerspiegel wird mit den Einstellschrauben wie in 1. so justiert, dass wieder einfallender und reflektierter Strahl zusammenfallen (Rückreflex in Laser).

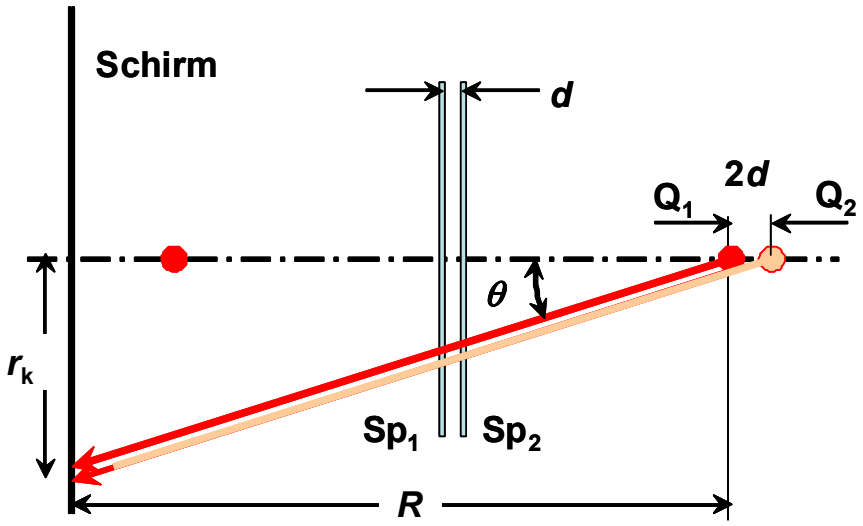
(5) Wenn Sie jetzt das Papier vor dem Spiegel T wegnehmen und den Rückstrahl freigeben, müssten Sie auf dem Schirm zwei kleine sich partiell überlappende Lichtfelder beobachten können.

(6) Danach wird der Abschwächfilter entfernt und das Laserlicht mit einem Mikroskopobjektiv divergent gemacht. In der Regel beobachten Sie jetzt auf dem Schirm Interferenzstreifen, die sich als Teile von Kreisen identifizieren lassen. Durch feinfühliges Verstellen der Spiegel und etwas Geduld finden Sie schließlich das Zentrum des Kreisringsystems. Durch vorsichtiges Nachregeln des Umlenkspiegels lässt sich der Strahlengang auf die Mitte des Strahlteilerwürfels zentrieren.



3 Interferenzmuster beim Michelson-Interferometer mit einem HeNe-Laser

Ein gut justiertes MI belohnt Sie mit einem schönen Interferenzmuster, das aus konzentrischen Kreisen besteht (Abb. 3).



4 Das „linearisierte Michelson-Interferometer“

Um die Kreisringe in Abb. 3 zu begründen, sind in Abb. 4 die beiden Arme des MI schematisch in eine Richtung gelegt worden: Spiegel 1 erzeugt virtuell die Punktlichtquelle Q_1, Spiegel 2 die Quelle Q_2. Da Q_1 und Q_2 durch das MI aus derselben Lichtquelle erzeugt worden sind, sind die Strahlungsfelder aus ihnen genauso kohärent, wie aus der Originalquelle. Der Gangunterschied in θ-Richtung ist $2d\cdot\cos\theta$. θ führt also auf einen hellen Ring, wenn gilt $2d\cdot\cos\theta = m\cdot\lambda$. Für $d = 0$ verschwindet das Ringsystem. Je größer d, desto dichter rücken die Ringe zusammen. Je größer θ, desto kleiner ist m, die Anzahl der Wellenlängen.

Bedingungen für helle Ringe (k zählt die Ringe von k= 0 für die Mitte aufwärts nach außen), also für *konstruktive Interferenz*:

- k = 0; Mitte des Ringsystems ($\theta = 0$): der Gangunterschied ist maximal $2d = m_0\lambda$;
- k = 1; der erste Ring: der Gangunterschied ist um eine Wellenlänge λ kleiner geworden: $2d\cdot\cos\theta = (m_0 - 1)\cdot\lambda$;
- größere k-Werte bedeuten größere Winkel θ und immer kleinere Werte für den Gangunterschied $(m_0 - k)\cdot\lambda$, die Anzahl der Gangunterschiede ist also gerade $m(k) = m_0 - k$.

Der Winkel θ sowie der Radius von Ring Nr. k, r_k, hängen von Spiegelabstand d und Wellenlänge λ ab:

$$\underbrace{\cos\theta_m(k)}_{\approx 1-\frac{\theta_m^2}{2}} = \frac{(m_0-k)\lambda}{2d} = \frac{2d-k\lambda}{2d} = 1-\frac{k\lambda}{2d} \Rightarrow \theta_m(k) \approx \sqrt{\frac{k\lambda}{d}} \qquad (4)$$

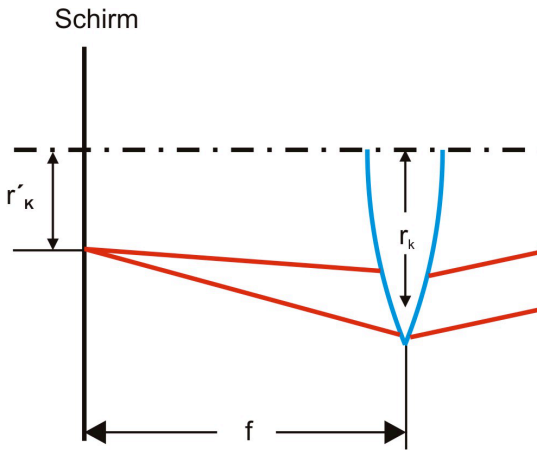
$$r_k = R\cdot\sin\theta_m(k) \approx R\cdot\theta_m(k) = R\cdot\sqrt{\frac{k\lambda}{d}};\ k = 1,2,3,\ldots$$

Aufgabe

Wie verändert sich das Ringsystem, wenn der Spiegelabstand kleiner wird?

Hinweis

Das Ringsystem wird noch etwas schärfer dargestellt, wenn Sie eine Projektionslinse in Brennweite f vor den Schirm stellen (Abb. 5). Die gemessenen Radien sind dann natürlich etwas kleiner: $r_k' = r_k\cdot f/R$.



5 Ringradius mit Projektionslinse

Experimente

Überprüfen Sie die Polarisierung des Lasers

Ist die Helligkeit in den beiden Armen des MI gleich? Warum gibt dieser Test Auskunft über die richtige Polarisierung?

Kalibrierung des Mikrometergetriebes

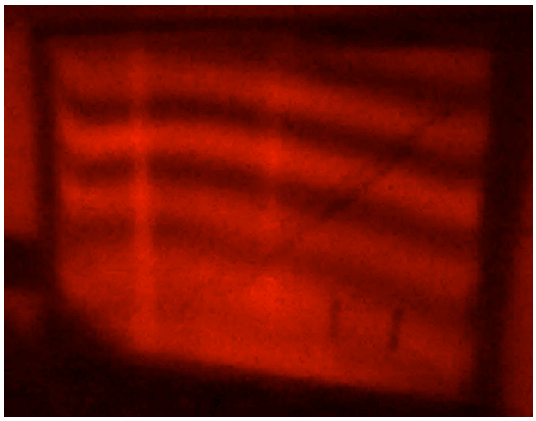
Einer der Spiegel lässt sich mit einer Mikrometerschraube parallel verschieben. Beobachten Sie für diese Messung das Zentrum des Kreisringsystems mit k = 0. Verändern Sie den Abstand d mit der Mikrometerschraube stetig, so wird das Zentrum abwechselnd hell und dunkel. Ein Hell-Dunkel-Hell-Wechsel (HDH) entspricht einer Verschiebung um $\pm\lambda$. Am Arbeitsplatz finden Sie einen Zähler, der die HDH-Wechsel zählt. Stellen Sie diesen statt des Schirms in das Zentrum des Ringsystems auf. Drehen Sie die Mikrometerschraube an 20 verschiedenen Positionen des Mikrometergetriebes um jeweils 10 Skalenteile (rechts oder links) und bestimmen Sie die daraus folgende Anzahl N der HDH-Wechsel. Die effektive Veränderung δ der Weglänge (in m/Skt) ergibt sich damit aus $10 \cdot 2 \cdot \delta = N \cdot \lambda$.

(M1)Bestimmen Sie δ für Ihren Aufbau.
(A1) Schätzen die Messungenauigkeit $u(\delta)$ aus $u(n)$ ab ($u(\lambda) \approx 0$).

Kohärenzmessungen

Leuchtdiode

Nach einer sehr guten Justierung mit dem Laser (die Lichtwege in den Armen des MI müssen auf µm übereinstimmen) können Sie mit dem MI die Kohärenz des Lichts anderer Quellen gut vermessen.
(1) Kippen Sie den Spiegel mit dem Mikrometergetriebe ganz leicht, so dass Sie mit dem Laser ein Muster kontrastreicher paralleler Streifen sehen.



6 Interferenzmuster beim MI mit LED

(2) Blenden Sie nun den Laserstrahl aus und stellen Sie stattdessen die Leuchtdiode in den Strahlengang (achten Sie darauf, dass Sie den Strahlteilerwürfel gut durchstrahlen). Auf dem Schirm sehen vielleicht schon die Interferenzstreifen (vgl. Abb. 6); wenn nicht, drehen Sie vorsichtig am Mikrometergetriebe, bis das Interferenzmuster erscheint.
(3) Jetzt suchen Sie die Position, bei das Muster gerade verschwindet (d_1). Notieren Sie die Position. Drehen Sie nun in die andere Richtung bis das Muster wieder gerade verschwindet (d_2). Messen Sie die Skalenteile $X_{1,2}$ von d_1 bis d_2, so genau wie möglich (1/3 des kleinsten Skalenteils).
Sie erhalten die Kohärenzlänge L_C aus

$$L_C = X_{1,2} \cdot \delta \qquad (5).$$

(M2) Korrigieren Sie die Feinjustierung des Interferometers dreimal und bestimmen Sie jeweils schließlich L_C.
(A2) Berechnen Sie den Mittelwert $\langle L_C \rangle$.
(A3) Schätzen Sie die Messungenauigkeit $u(L_C)$ aus der Messreihe und aus $u(\delta)$ (s. o.) ab.
(A4) Begründen Sie Gl. 5

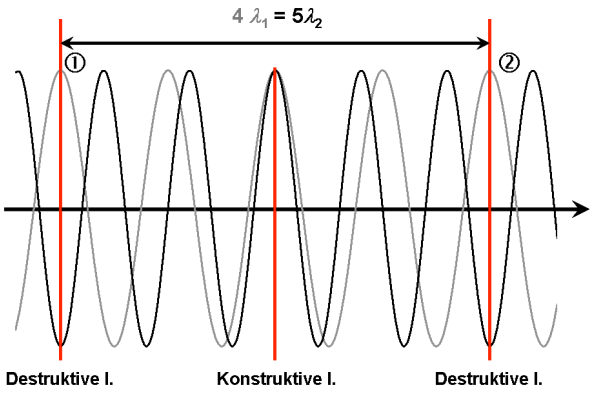
Interferenzen mit weißem Licht

Weißes Licht verlangt wegen der noch geringeren Kohärenzlänge eine noch sorgfältigere Justierung. Versuchen Sie es trotzdem mit der Weißlicht-LED! Ggf. verwenden Sie zum Auffinden der Interferenzstreifen das Farbfilter (vom Tutor). Die Arbeitsschritte sind wie bei der Farb-LED durchzuführen.

Schwebung beim Na-Licht

Das Licht der beiden eng benachbarten D-Linien (in Luft: 589,00 nm und 589,60 nm) der Natriumdampflampe überlagert sich im Interferometer und erzeugt eine Schwebung, also einen Kontrastwechsel, wenn man den Spiegel mit der Mikrometerschraube verschiebt. Wie kommt diese Schwebung zustande?

Jede der beiden Linien erzeugt auf dem Schirm ein eigenes Ringsystem. Betrachten Sie nun eine Stelle auf dem Schirm: Die Überlagerung der Systeme führe an dieser Stelle zu destruktiver Interferenz. Das Interferenzmuster verschwindet in dem Fall, weil Maxima des einen Ringsystems, auf Minima des anderen fallen. (Stelle ① in Abb. 7; Stellung der Mikrometerschraube d_1).



7 Schwebung beim Natriumlicht

Drehen Sie nun die Mikrometerschraube vorsichtig weiter. Der Kontrast wird zunächst stärker, wird maximal, schwächt sich aber wieder ab, bis wieder Auslöschung auftritt (Stelle ②; Stellung der Mikrometerschraube d_2). Der optische Weg in den Armen wurde dabei gerade um $m\cdot\lambda_1$ bzw. $(m+1)\cdot\lambda_2$ verlängert (Abb. 7):

$$m\lambda_1 = (m+1)\cdot\lambda_2 = 2\,|\,d_1 - d_2\,|\,.$$

Daraus bestimmen Sie die Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$:

$$m\lambda_1 = (m+1)\lambda_2 = 2\underbrace{|d_1 - d_2|}_{d} \Rightarrow \begin{cases} m = \dfrac{2d}{\lambda_1} \\ \Delta\lambda = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{2d} \approx \dfrac{\bar{\lambda}^2}{2d} \end{cases} \qquad (6)$$

(A5) Leiten Sie Gl. 6 her. Setzen Sie dazu den *geometrischen* Mittelwert der Wellenlängen $\bar{\lambda} = \sqrt{\lambda_1\lambda_2}$ ein.
(M3) Stellen Sie die Natriumdampflampe samt Blendenrohr in den Strahlengang vor dem Strahlteilerwürfel und suchen Sie eine Position kontrastreicher Interferenz. Drehen Sie nun den Mikrometertrieb in die beiden Positionen d_1 und d_2. Bestimmen Sie daraus 5mal die Größe $d = X_{1,2}$ (s. o.) und daraus die Differenz der Wellenlängen.
(A6) Bestimmen Sie Mittelwert $\langle\Delta\lambda\rangle$ und Messungenauigkeit $u(\Delta\lambda)$. Bewerten Sie Ihr Ergebnis.