

1. ZIELE

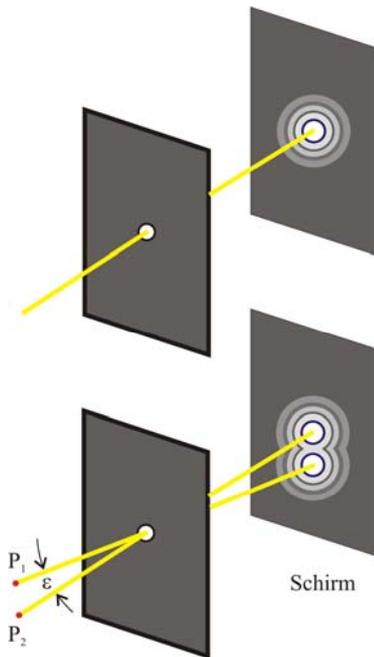


Abb. 1 An einer Lochblende werden die Lichtstrahlen gebeugt.

Licht breitet sich gradlinig aus, meistens. Lässt man aber z. B. ein Lichtbündel durch eine kleine Blende fallen, so beobachtet man auf dem Schirm abwechselnd helle und dunkle Kreisinge (Abb.1):

*Licht wird gebeugt.*

Diese Beugungsringe sind bei normaler Beleuchtung zu schwach, als dass man sie sehen könnte. Aber bei allen optischen Instrumenten bestimmen gerade sie das Auflösungsvermögen: Wie eng dürfen zwei Punkte  $P_1, P_2$  zusammenliegen, damit man sie auf dem Schirm noch getrennt wahrnehmen kann?

Die Beugung des Lichts tritt tatsächlich nicht nur bei kleinen Blenden auf, sondern stets, wenn man Lichtbündel begrenzt. Um einige Beispiele zu nennen: Pupille im Auge, Objektiv im Mikroskop, Blende im Fotoapparat, Rand eines Spiegelteleskops.

2. ZUR VORBEREITUNG

Um diese Beugungserscheinungen zu verstehen, lesen Sie am besten zunächst alles über Huygens *Elementarwellen* nach. Die Lage von Maxima und Minima bei einer Beugung an einem Spalt lassen sich nach dieser Modellvorstellung angeben, wenn man Teilbündel mit dem entsprechenden Gangunterschieden zusammenfasst (Abb. 2).

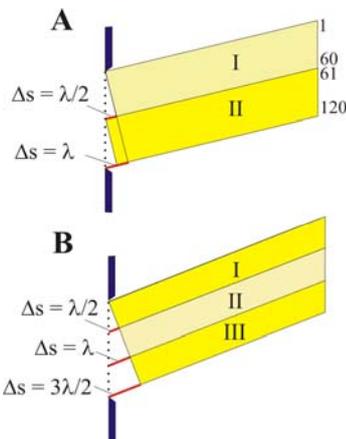


Abb. 2 A: 1. Minimum  
B: 1. Nebenmaximum

Die theoretische Intensitätsverteilung für einen Spalt (Abb. 3 und 6)

$$I(x) = I_0 \left( \frac{\sin x}{x} \right)^2 \quad x = \pi \frac{b}{\lambda} \sin \alpha \quad (1)$$

erhält man, wenn man zunächst endlich viele (N) Erregerzentren im Spalt annimmt, ihren Beitrag zur Richtung  $\alpha$  aufsummiert und dann den Grenzübergang  $N \rightarrow \infty$  durchführt.

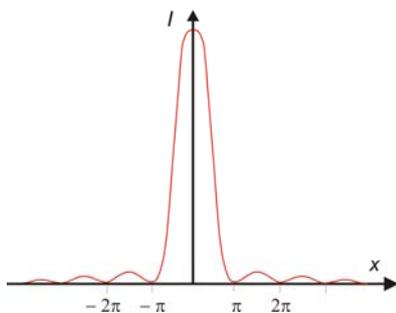


Abb. 3 Intensitätsverteilung eines Spalts

1. Leiten Sie Gl. (1) her. Skalieren Sie die  $x$ -Achse in Abb. 3 auch als Funktion des Gangunterschieds  $\Delta s$  und der Richtung  $\alpha$ .
2. Ein Versuch nach Abb. 1 gelingt mit einer üblichen Lichtquelle erst, wenn Sie noch zusätzlich eine zweite Lochblende in den Strahlengang einfügen. Wie groß ist dann der Winkel, in dem die Kohärenzbedingung erfüllt ist?
3. Wie groß ist die Intensität im ersten Nebenmaximum nach Abb. 2B und wie groß nach Gl. (1)? Unabhängig von der Breite des Spaltes gehen 90% der durchgelassenen Lichtintensität in das Hauptmaximum (Demtröder).

**Lit.:** Demtröder, Bergmann/Schäfer, Hecht, Optik

### 3. BEOBACHTUNG VON BEUGUNG

#### 3.1. Versuchsanordnung

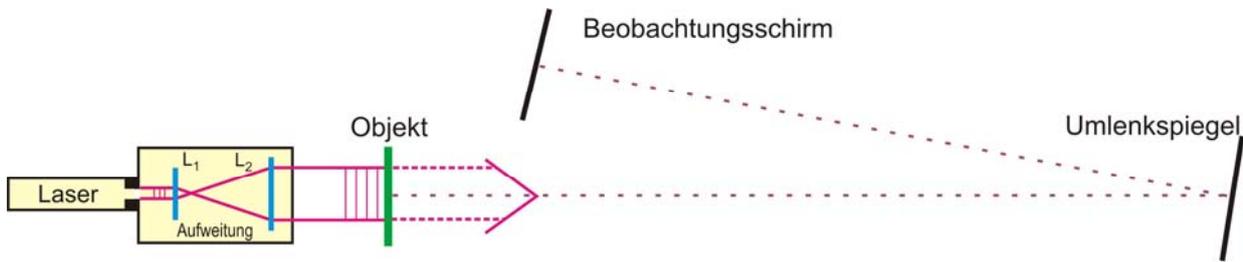


Abb. 4 Der Laserstrahl wird mit zwei Linsen aufgeweitet und mit einem Spiegel auf den Schirm umgelenkt.

**Achtung: Nie in den direkten Laserstrahl sehen!**  
Er verbrennt Ihre Netzhaut. Der Verlust der Sehzellen ist irreparabel und endgültig.

#### 3.2. Versuch – nur beobachten, nichts messen

Die folgenden Objekte werden einfach in den aufgeweiteten Strahl gestellt und die Beugungseffekte auf dem Schirm beobachtet.

1. Rasierklinge (Kante), Kamm, Schraube, Strumpf, Messschieber, ...
2. Veränderlicher Spalt: Je enger der Spalt, desto ...
3. Veränderlichen Kreisblende: Je kleiner der Durchmesser, desto ...
4. Vergleichen Sie Drähte mit verschiedenen Durchmessern: 1 mm, 2 mm, 3 mm
5. Vergleichen Sie ihre Beobachtung für einen Spalt (0,5 mm) mit einem Draht (0,5 mm)

### 4. BEUGUNG AN EINEM SPALT

#### 4.1. Versuch

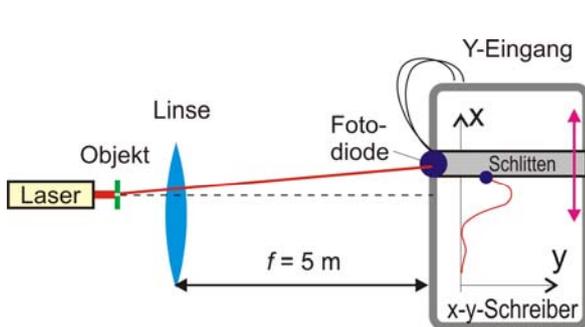


Abb. 5 Mit einer Fotodiode wird die Intensitätsverteilung gemessen.

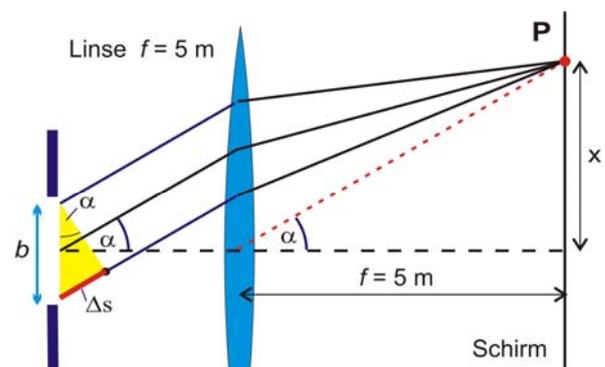


Abb. 6 Der Mittelstrahl in Richtung  $\alpha$  trifft den Schirm in P.

Auf dem Schlitten eines X-Y Schreivers (Abb. 5) ist eine Fotodiode montiert. Der Fotostrom ist proportional zur Beleuchtungsstärke und wird mit dem Y-Eingang aufgezeichnet. Stellen Sie bitte den Spalt (vom Assistenten) und die Linse  $f = 5$  m in den Strahlengang und schieben Sie langsam den Schlitten durch die Beugungsstruktur.

4.2. Auswertung

Aus Abb. 6 entnimmt man  $\tan \alpha = \frac{x}{f}$  und  $\sin \alpha = \frac{\Delta s}{b}$ , so dass hier näherungsweise  $\frac{\Delta s}{b} \approx \frac{x}{f}$  gilt.

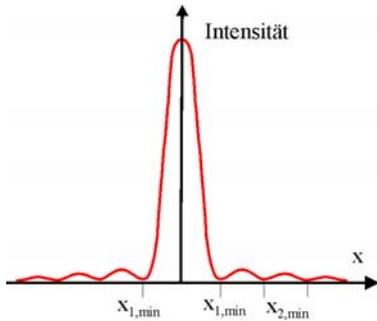


Abb. 7 Intensitätsverteilung eines einzelnen Spalts

Man beobachtet auf dem Schirm in P *Minima*, wenn der Gangunterschied  $\Delta s = n \lambda$  beträgt. Für den Abstand  $x_n$  des n-ten Minimums von der optischen Achse ergibt sich damit  $x_{n,min} = n f \lambda / b$ .

1. Wie breit ist das Hauptmaximum ( $= 2 x_{1,min}$ )? Wie breit ist danach der Spalt in Ihrer Messung, wenn die Wellenlänge  $\lambda = 633 \text{ nm}$  beträgt?
2. Welches Verhältnis erhalten Sie aus Ihrer Aufzeichnung für die Intensitäten des ersten Nebenmaximums relativ zum Hauptmaximum?
3. Stellen Sie den theoretischen Verlauf der Intensitätsverteilung (Gl. 1) grafisch dar und vergleichen Sie Ihre gemessene damit.

Berechnung der Intensitätsverteilung

In den meisten Lehrbüchern wird die Summe der Elementarwellen über eine geometrische Reihe oder durch Integration hergeleitet. Ein geometrisches, anschauliches Verfahren zur Bestimmung der Intensitätsverteilung finden Sie z.B. in Hecht/Optik. Man betrachtet zunächst nur endlich viele kleine Abschnitte  $\Delta y_i := b/M$ ,  $i = 1 \dots M$ , im Spalt, in denen die Phase aller Elementarwellen hinreichend gleich ist. Der Beitrag eines dieser Elementarwellenbündels  $\Delta y_i$  zur Richtung  $\alpha$  wird vektoriell als Zeiger dargestellt. Die Länge der Zeiger ist der Amplitude, ihre Richtung der relativen Phase proportional. Die Phasendifferenz  $\varphi$  benachbarter Wellenbündel beträgt

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{b}{M} \sin \alpha \quad \text{bei der Spaltbreite } b.$$

Die Zeiger werden der Reihe nach aneinandergesetzt, jeder Zeiger ist gegenüber seinem Vorgänger um  $\varphi$  gedreht. Die Resultierende im Aufpunkt P ergibt sich als Vektorsumme aller Zeiger. Für  $\varphi = 0$  haben alle Zeiger die gleiche Richtung und addieren sich zum maximalen Wert  $E_0 = M E_i$ .

Das entspricht dem zentralen, 0. Maximum der Amplitude.

Für den tatsächlichen Wert in Richtung  $\alpha$  muss man mit  $M \rightarrow \infty$  den Grenzübergang zu infinitesimal kleinen Phasendifferenzen durchführen. Der Gesamtwinkel  $\Phi$  bleibt endlich:

$$\Phi = \lim_{M \rightarrow \infty} (M - 1) \frac{2\pi}{\lambda} \frac{b}{M} \sin \alpha = 2\pi \frac{b}{\lambda} \sin \alpha$$

und die Gesamtbogenlänge  $S$  ist gleich der Zeigersumme  $E_0$  wie für  $\varphi = 0$ , also

$$\text{unabhängig von } \varphi: \quad S = \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_i^M E_i = E_0$$

Aus der Abb. 8 entnimmt man

$$R = E_1 / \varphi = S / \Phi = E_0 / \Phi \quad \text{und} \quad \sin \frac{\Phi}{2} = \frac{E(\Phi)/2}{R} = \frac{E(\Phi)/2}{E_0 / \Phi} = \frac{E(\Phi)}{E_0} \cdot \frac{\Phi}{2}$$

$$E(\Phi) = E_0 \frac{\sin(\Phi/2)}{\Phi/2}$$

und für die Intensitätsverteilung in Richtung  $\alpha$  folgt:

$$I(\alpha) = I_0 \left( \frac{\sin(\Phi/2)}{\Phi/2} \right)^2$$

Die Minima liegen bei  $\Phi/2 = n \pi$ ,

die Maxima ergeben sich aus  $\tan \Phi/2 = \Phi/2$  bei  $\Phi/2 \cong 1,43 \pi; 2,46 \pi; 3,47 \pi$   
 $\Phi/2 \rightarrow (n + 1/2) \pi$

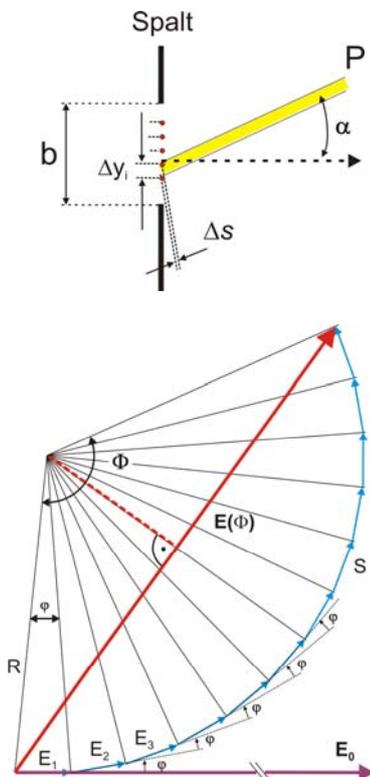


Abb. 8 Lit.: Hecht/Optik

## 5. WELCHE WELLENLÄNGE HAT DAS LICHT?

Dies ist ein Klassiker unter den Physikexperimenten. Bereits 1802 hat Thomas Young mit einem Doppelspaltversuch die Wellenlänge des Lichts bestimmt, damals natürlich noch ohne Laser.

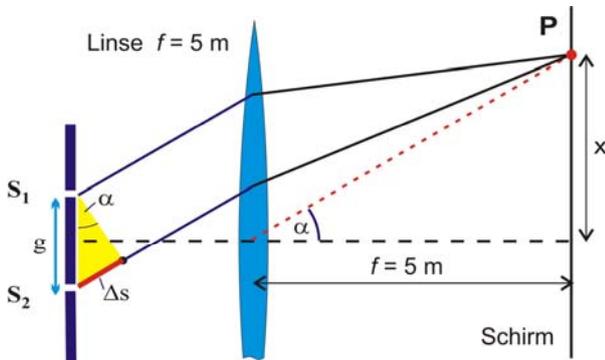


Abb. 9

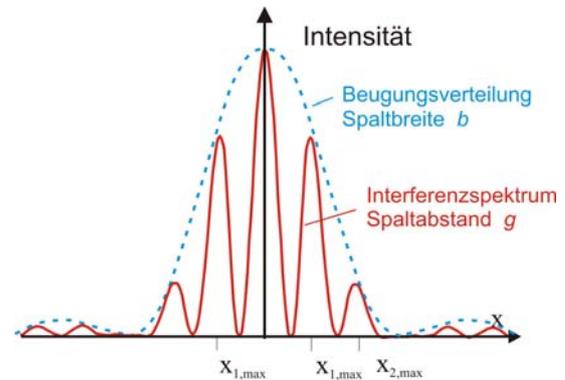


Abb. 10 Intensitätsverteilung eines Doppelspalts

Die Intensitätsverteilung ähnelt der des Spalts, doch gibt es auch gravierende Unterschiede:

1. Diesmal beobachtet man auf dem Schirm in P *Maxima*, wenn der Gangunterschied  $\Delta s = n \lambda$  beträgt. Für den Abstand  $x_n$  des n-ten Maximums von der optischen Achse ergibt sich damit  $x_{n,max} = n f \lambda / g$ .
2. Beim Einzelspalt ist das Hauptmaximum doppelt so breit wie die Nebenmaxima; beim Doppelspalt sind alle Maxima gleich breit.
3. Beim Einzelspalt werden die Nebenmaxima nach außen hin schnell schwächer, beim Doppelspalt sind die ersten Nebenmaxima wesentlich stärker – aber auch nur dann, wenn der Spaltabstand groß gegen die Spaltbreite ist. Lässt man nur zwei Elementarwellen aus den Spalten  $S_1$  und  $S_2$  interferieren, wären alle Maxima gleich groß.

$$I(\alpha) = I_0 \cos^2(z) \quad z = \pi (g/\lambda) \sin \alpha \quad \text{allgemein gilt für N Erreger: } I(\alpha) = I_0 \frac{\sin^2(Nz)}{N^2 \sin^2(z)}$$

Da aber beim Doppelspalt jeder der einzelnen Spalte für sich schon eine endliche Breite besitzt, überlagert sich deren Beugungsverteilung dem Interferenzspektrum:

$$I(\alpha) = I_0 \left( \frac{\sin(x)}{x} \right)^2 \cos^2(z) \quad , \text{ die Amplitude wird moduliert} \quad (2)$$

### 5.1. Versuch: Messung der Intensitätsverteilung

Versuchsdurchführung wie in 4.1 mit einem Doppelspalt. Notieren Sie Spaltabstand  $g$  und Spaltbreite  $b$ .

### 5.2. Auswertung

1. Bestimmen Sie den Abstand von sechs Minima aus Ihrer gemessenen Intensitätsverteilung.
2. Wie groß ist danach die Wellenlänge  $\lambda$  des Laserlichts?
3. Wie gut stimmt Ihre theoretische Kurve nach Gl. (2) mit Ihrer gemessenen überein?

### 6. BEUGUNG AN EINEM LOCH

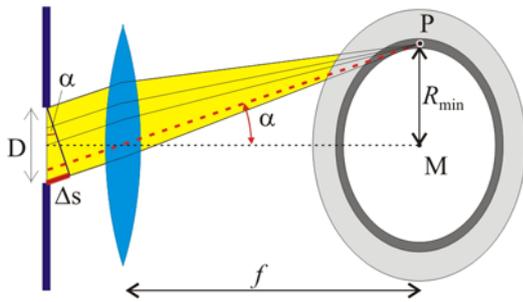


Abb. 11 In welchem Winkel liegt der erste dunkle Ring bei einer Lochblende?.

Mit den gleichen Argumenten wie für einen Spalt entsteht bei Lochblenden mit dem Durchmesser  $D$

der *erste dunkle Ring* in dem Winkel  $\sin \alpha \approx \frac{\Delta s}{D}$

für  $\Delta s = \lambda$ . Beobachtet man die Beugungsstruktur in der Brennebene  $f$  einer Linse, so beträgt sein Radius (Abb. 11,  $R_{\min} = f \tan \alpha$ ) mit der Näherung  $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$ :

$$R_{\min} \approx \frac{f \lambda}{D} \quad \text{Erster dunkle Ring.}$$

#### 6.1. Versuch

Messen Sie den Durchmesser  $2 \cdot R_{\min}$  des erster dunklen Ringes einer Lochblende mit einem Messschieber; mit der Fotodiode gelingt diese Messung leider nicht so leicht.

#### 6.2. Auswertung

Welchen Durchmesser  $D$  hat die Lochblende nach ihrer Messung?

### 7. AUFLÖSUNGSVERMÖGEN

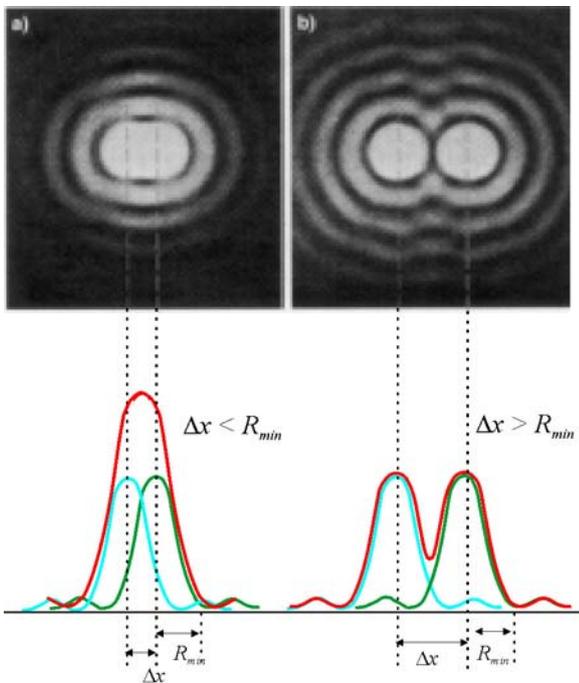


Abb. 12 Der Abstand  $\Delta x$  der beiden Hauptmaxima muss größer sein als der Radius  $R_{\min}$  des ersten dunklen Ringes.

In optischen Instrumenten sind allen Linsenfassungen zugleich auch Kreisblenden für das einfallende Licht. Von *jedem* Punkt eines Objekts entsteht daher bei einer Abbildung ein Beugungsscheibchen. Zwei solche Beugungsscheibchen lassen sich nur dann unterscheiden, wenn ihre Maxima mindestens um  $R_{\min}$  (s. oben) auseinanderliegen. Das Maximum des zweiten Objekts fällt dann gerade auf das Minimum des ersten Objekts und der Winkel  $\varepsilon$  (Abb. 12) zwischen zwei unterscheidbaren Objekten muss daher mindestens

$$\varepsilon \geq \alpha_{\min} \approx \frac{\lambda}{D}$$

betragen.

Das ist der Grund, weshalb man Teleskope mit großen Spiegeln oder Linsen baut: Mit einem großen Durchmesser  $D$  erhält man ein besseres Auflösungsvermögen. Warum macht man das nicht auch bei Mikroskopen so?

### 7.1. Versuch: Messung des auflösbaren Winkels

Zwei dicht nebeneinander liegende Leuchtdioden werden aus etwa 2 m Entfernung durch eine Lochblende (aus Versuch 6) betrachtet. Stellen Sie dazu die beiden Leuchtdioden an das Ende des Gangs im Praktikum auf.

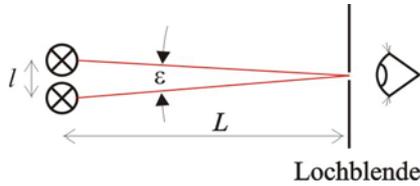


Abb. 13 Wie groß ist der Winkel  $\varepsilon$ , in dem Sie beide Leuchtdioden gerade noch getrennt beobachten können?

Entfernen Sie sich - mit der Lochblende vor ihrem Auge - weiter von den beiden Leuchtdioden: In welcher Entfernung  $L$  fließen die beiden Beugungsscheibchen ineinander und können nicht mehr unterschieden werden? Messen Sie die Abstände  $l$  mit dem Messschieber und  $L$  mit Meterschritten.

### 7.2. Auswertung

Bestätigen Ihre Messungen des Winkels  $\varepsilon$  und des Durchmessers  $D$  die Beziehung  $\varepsilon \approx \frac{\lambda}{D}$  ?

### 7.3. Versuch: Wie groß ist Ihr Auflösungsvermögen?

Wiederholen Sie bitte den Versuch mit den beiden Leuchtdioden, diesmal jedoch ohne Lochblende. In welcher Entfernung können sie beide nicht mehr unterscheiden? Wie groß ist Ihr auflösbarer Sehwinkel?

### 7.4. Auge

Unser Auge kann mit etwa 130 Millionen Stäbchen in der Dämmerung hell - dunkel unterscheiden und mit etwa 7 Millionen Zäpfchen im Hellen Farben erkennen. Wir fixieren einen Gegenstand durch Bewegung des Auges bis sein Bild auf den gelben Fleck fällt. Im Zentrum des gelben Flecks (2 mm Ø) liegt die Fovea (0,3 mm Ø), in der nur Zäpfchen mit einem Abstand von 5  $\mu\text{m}$  vorhanden sind. Von den Zäpfchen hat jedes seine eigene Nervenleitung, während außerhalb des gelben Flecks, wo im Wesentlichen nur Stäbchen vorhanden sind, rund 100 Stäbchen eine gemeinsame Nervenleitung besitzen.

Zwei helle Punkte kann man nur dann getrennt wahrnehmen, wenn sie auf zwei verschiedene Sehzellen abgebildet werden. In der Fovea beträgt deren Abstand 5  $\mu\text{m}$ . Mit einer Augapfelweite von ca. 17 mm ergibt sich damit ein auflösbarer Sehwinkel

$$\varepsilon \approx 5 \cdot 10^{-3} \text{ mm} / 17 \text{ mm} = 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \approx 1' \text{ (Minute)}$$

Das einfallende Licht wird durch die Pupille begrenzt. Es entstehen Beugungsscheibchen. Wie groß muss der Winkel  $\alpha$  mindestens sein, damit wir zwei Punkte unterscheiden können? Bei Tageslicht hat unsere Pupille etwa 2 mm Durchmesser. Mit einer Lichtwellenlänge von 600 nm ergibt sich

$$\alpha \approx \frac{\lambda}{D} \approx \frac{600 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \approx 1' \text{ (Minute)} .$$

Unsere Netzhaut ist demnach gerade so fein gerastert, dass es die von der Beugung des Lichts gesetzten Grenzen voll ausnutzt. Eine feinere Struktur unserer Netzhaut wäre ein völlig unnötiger Aufwand, wir könnten trotzdem nicht schärfer sehen.

Sie lesen eine Zeitung. Welchen Abstand müssen zwei Punkte in der deutlichen Sehweite 25 cm haben, damit man sie unterscheiden kann? (0,07 mm) Welchen in 100 m?

Tintenstrahldrucker arbeiten mit 300 dpi (dots per inch ; 1 inch = 2,54 cm). Kann man die Punkte auflösen?