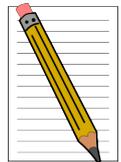


Michelson-Interferometer

Sie werden ein Michelson-Interferometer (MI) kennen lernen und justieren. Mit einem MI lassen sich Wegdifferenzen mit einer Genauigkeit in nm-Bereich (Lichtwellenlänge λ) messen.

Schriftliche VORbereitung:

- Was versteht man unter optischer Länge, im Unterschied zur geometrischen Länge?
- Erläutern Sie die Begriffe: destruktive und konstruktive Interferenz.
- Die beiden parallelen Strahlen 1' und 2' in Abb.1b löschen sich gegenseitig aus, wenn $\Delta\phi = \pi$ ist. Wie groß ist dann d ? Wie ist der Fall destruktive Interferenz mit dem Energieerhaltungssatz in Einklang zu bringen?
- Erklären Sie die Begriffe räumliche und zeitliche Kohärenz.
- Was besagt das Wiener-Chintschin-Theorem in Bezug auf die Kohärenzlänge?
- Ergänzen Sie die leeren Felder in der Tabelle 1.
- Müssen die E-M-Wellen polarisiert sein, damit man die Interferenzeffekte beobachten kann?
- Divergentes Lichtbündel: Nimmt der Gangunterschied oder , je weiter man sich vom Zentrum des Ringsystems entfernt?
- Divergentes Lichtbündel: Wie verändert sich das Ringsystem, wenn der optische Weglänge beider Arme geringer wird?
- Historische Bedeutung erlangte das MI, indem es der Widerlegung der Ätherhypothese der Lichtausbreitung diente. Erklären Sie die Argumentation von MICHELSON und MORLEY (1887).



1 Grundlagen

Interferenz bei gleicher Frequenz



(a) In der Beobachtungsrichtung B beträgt der Gangunterschied zwischen den interferierenden Wellenzügen nur wenige Wellenlängen.

(b) Strahlengang in einem MI

Abbildung 1: Darstellungen zur Interferenz

Überlagert man im Punkt P zwei ebene (oder Kugel-) Wellen gleicher Frequenz, gleicher Amplitude und gleicher Phase, so beobachtet man dort die Gesamtintensität

$$I_{ges} = I_0 (1 + \cos \Delta\phi) \quad \text{mit} \quad \Delta\phi = k (r_2 - r_1)$$

In einem MI interferieren zwei Wellen ganz analog, mit dem einzigen Unterschied, dass hier die Beobachtungsrichtung nicht B sondern A ist: Denken Sie sich dazu den Spiegel Sp1 in die Ebene von Sp2, wie in Abb. 1b angedeutet. Die Armlängendifferenz $d/2$ führt zu einer unterschiedlichen Weglänge d , der Hin- und Rückweg ist kürzer. Man kann sich so vorstellen, dass das Licht aus zwei virtuellen Quellen im Abstand von d zueinander zum Schirm gelangt. Im Versuch arbeiten Sie mit einem symmetrischen Strahlteiler, Reflexions- und Transmissionskoeffizient sind $R = T = 0,5$.

Interferenz von Lichtwellen unterschiedlicher Frequenz

Im Experiment ist die Interferenz zweier Lichtwellen absolut gleicher Frequenz leider nicht zu realisieren. Alle realen Lichtquellen (und Filter) besitzen eine endliche Bandbreite. Man überlagert daher stets viele Wellen, deren Frequenzen um eine Zentralfrequenz f_0 verteilt sind.

Überlagern Sie zwei Lichtwellen mit den Frequenzen $f_1 = f_0 + \Delta f/2$ und $f_2 = f_0 - \Delta f/2$ bei gleichen Lichtwegen (vgl. Abb 3a). Zur Zeit $t = 0$ ist die Phasendifferenz Null: $\Delta\phi(t = 0) = 0$. Nach welcher Zeit ist $\Delta\phi(t) = 2\pi$?

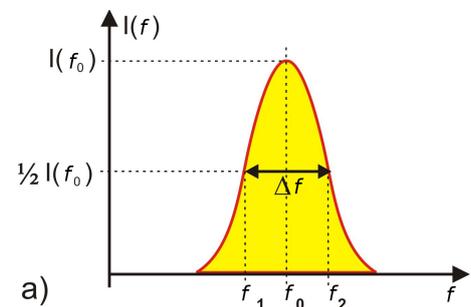


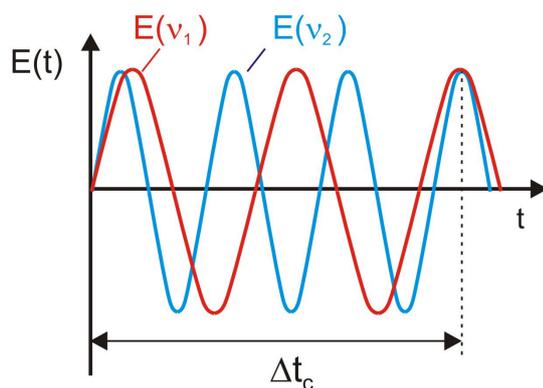
Abbildung 2: Überlagerung von zwei Frequenzen zu einem Frequenzspektrum

Kohärenzzeit - Kohärenzlänge

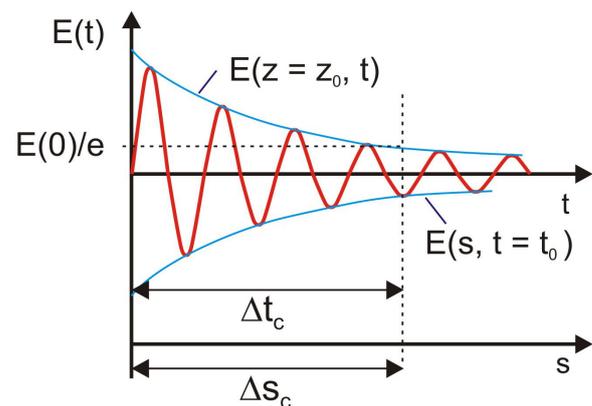
Die Kohärenzzeit Δt_c ist die Zeitdifferenz, während der sich die Phasendifferenz zwischen allen sich überlagernden Teilwellen um höchstens 2π ändern. Δt_c ist damit die Beobachtungszeit während der Interferenzerscheinungen „überleben“, also beobachtbar sind:

$$\text{Kohärenzzeit: } \Delta t_c = \frac{1}{\Delta f}$$

$$\text{Kohärenzlänge: } \Delta l_c = c \cdot \Delta t_c = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$



(a) Verlauf der Lichtwellen mit unterschiedlichen Frequenzen



(b) Kohärenzzeit und Kohärenzlänge

Abbildung 3: Darstellungen von Kohärenzeffekten; Quelle: Demtröder Band 2

Kohärenzlängen von Lichtquellen

Lichtquelle	Frequenzbandbreite	Kohärenzlänge
Weißes Licht	$\Delta f = 200 \text{ THz}$	$\Delta l_c = 2 \mu\text{m}$
Cd Spektrallampe bei Raumtemperatur: $\lambda_0 = 509 \text{ nm}$; $\Delta \lambda = 1,3 \text{ pm}$	$\Delta f = 1,5 \text{ GHz}$	$\Delta l_c = 20 \text{ cm}$
Halbleiterlaser	$\Delta f = 2 \text{ MHz}$	$\Delta l_c = 150 \text{ m}$
He-Ne-Laser $\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$; $\Delta \lambda = 20 \text{ fm}$	$\Delta f = \dots$	$\Delta l_c = \dots$
He-Ne-Laser frequenzstabilisiert	$\Delta f = 150 \text{ kHz}$	$\Delta l_c = 2 \text{ km}$

Tabelle 1: Kohärenzlängen verschiedener Lichtquellen

Divergente Lichtbündel

Im Experiment werden sie nicht mit ebenen Wellen, sondern mit leicht divergenten Lichtbündeln arbeiten. Um die Kreisringe in Abb. 5 zu verstehen, sind in Abb. 6 die beiden Arme des MI schematisch übereinander gelegt worden. Die eigentliche Funktion des MI besteht darin, die beiden virtuellen Spiegelbilder Q_1 und Q_2 als kohärente Lichtquellen für das MI zu erzeugen. Ihr Abstand beträgt $2d$. Die Anordnung ist vergleichbar mit der in Abb. 1a in der Längsbeobachtung A. Der Gangunterschied auf der Symmetrieachse Q_1 - Q_2 (und in ihrer Nähe) beträgt eine große Anzahl von Wellenlängen.

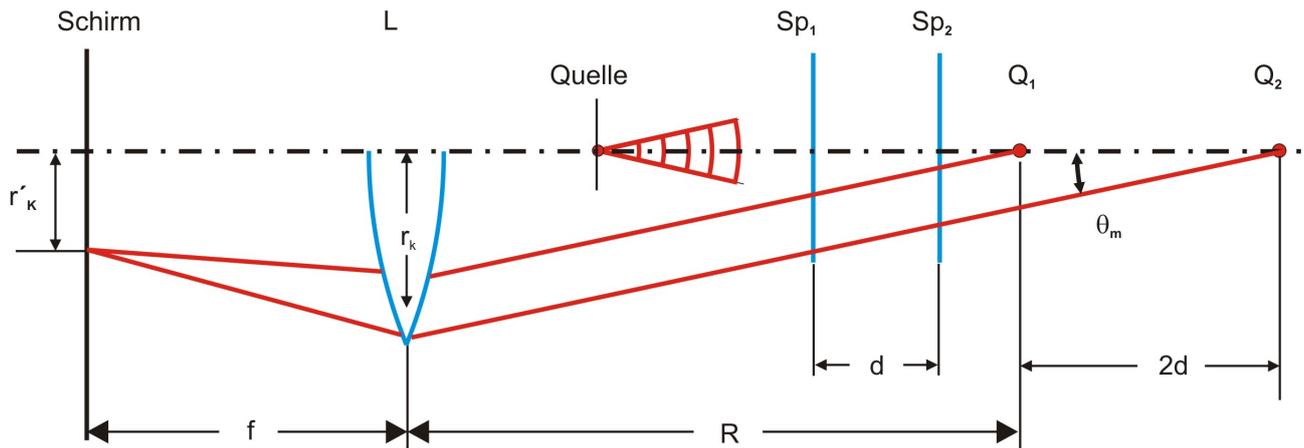


Abbildung 4: Schematische Darstellung des Strahlengangs im MI

Auswertung des Ringsystems

Quantitativ gilt für *Helligkeit* (konstruktive Interferenz) auf dem Schirm:

$$2d \cdot \cos \Theta_m = m \cdot \lambda \text{ mit } \Theta_m \text{ aus Abb. 1a oder Abb. 4.}$$

k zähle die Ringe. Mit zunehmenden k wird r_k , der Radius vom k -ten Ring größer und m kleiner:

- $k = 0$ steht für die Mitte: $m(k) = m_0$, $\Theta_m(k) = \Theta_m(0) = 0$, der Gangunterschied ist maximal $2d = m_0 \cdot \lambda$.
- $k > 0$ bedeutet $r_k > 0$: $\Theta_m(k) > 0$, $m(k) < m_0$; $m(k) = m_0 - k$. Die Anzahl der Gangunterschiede, um die m bei zunehmenden Θ_m abnimmt, ist k . Konstruktive Interferenz ergibt sich also für $(m_0 - k) \cdot \lambda$.

Der gesuchte Zusammenhang folgt aus:

$$2d \cdot \cos(\Theta_m(k)) = (m_0 - k) \cdot \lambda = 2d - k \cdot \lambda$$

$$\Rightarrow \underbrace{2d(1 - \cos(\Theta_m(k)))}_{\approx \Theta_m^2/2} = k \cdot \lambda$$

$$\Rightarrow r_k = R \cdot \sin(\Theta_m(k)) \approx R \cdot \Theta_m(k) = R \cdot \sqrt{\frac{k \cdot \lambda}{d}};$$

mit $k = 1, 2, 3, \dots$ und R aus Abb. 4.

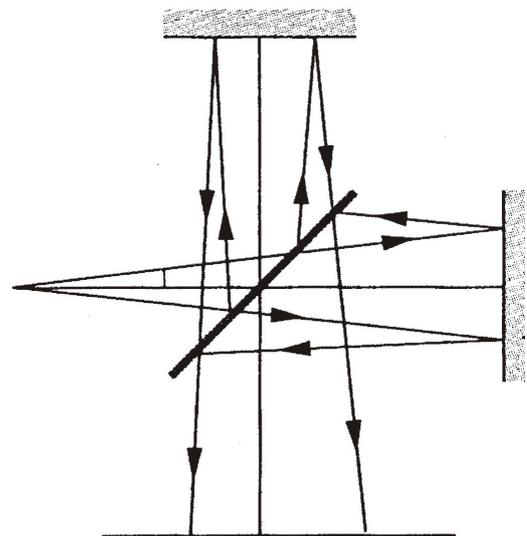
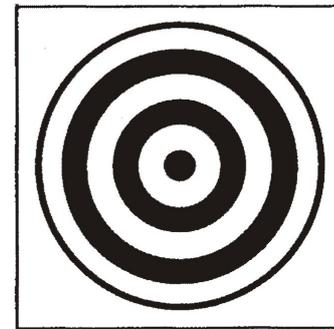


Abbildung 6: Schematische Darstellung der Lichtwege im MI

2 Experimente

2.1 Kennenlernen des MI

(M1) Justieren Sie das MI mithilfe der [Hinweise zum Justieren des MI](#).

(M2) In welcher Richtung ist der Laser polarisiert und was macht der hier verwendete Strahlteilerwürfel mit der der Polarisationsrichtung?

Mikrometerschraube: Einer der Spiegel lässt sich mit einer Mikrometerschraube parallel verschieben. Beobachten Sie für die Messung das Zentrum des Kreisringesystems mit $k = 0$. Eine Periode entspricht einer Verschiebung um $\pm\lambda$, für N Perioden also $N \cdot \lambda = 2\Delta d$ (Δd möglichst eine Umdrehung der Mikrometerschraube, $\lambda = 632,8 \text{ nm}$). Die erreichbare Genauigkeit hängt hauptsächlich von der Messunsicherheit der Längenänderung Δd ab. Sie fällt umso weniger ins Gewicht, je mehr Perioden N Sie zählen.

(M3) Bestimmen Sie die Hell-Dunkel-Wechsel N jeweils fünf Mal für die Stellwege $\Delta d = 40 \mu\text{m}, 80 \mu\text{m}, 120 \mu\text{m}, 160 \mu\text{m}$ und $200 \mu\text{m}$.

(A1) Tragen Sie $\langle N \rangle \cdot \lambda$ gegen $2\Delta d$ auf. $\langle N \rangle$ bezeichnet den Mittelwert. Fehlerbalken: Standardfehler $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$.

(A2) Führen Sie eine Fitanalyse durch: $A \cdot x$ und interpretieren diese.

Piezo-Stellbetrieb: Die Position des anderen Spiegels lässt sich mit einem piezoelektrischen Stellbetrieb parallel verschieben. Zwischen Verstellweg x und angelegter Spannung U sollte ein linearer Zusammenhang bestehen: $x = E \cdot U$ (Empfindlichkeit E).

(M4) Bestimmen Sie E bei zunehmender und bei abnehmender Spannung.

(A3) Wie groß ist die Hysterese? Prüfen Sie, ob $x = E \cdot U + E_2 \cdot U^2 + E_3 \cdot U^3$ eine bessere Näherung liefert, um Nichtlinearitäten zu beschreiben.

Spiegelabstand d : Erzeugen Sie ein großes Kreisringesystem (etwa vier sichtbare Ringe). Ermitteln Sie den Abstand R (Abb. 4). Was nehmen Sie als Quelle an?

(M5) Bestimmen Sie drei verschiedenen Radien.

(A4) Bestimmen Sie die Armlängendifferenz d .

Bestimmung der Dicke einer Glasplatte

Dazu wird die Glasplatte senkrecht in einem der Arme justiert und anschließend um einen Winkel α gedreht. Der optische Weg durch die Glasplatte wird dabei länger und man beobachtet die Anzahl N der Periodenwechsel im Zentrum.

Zur Geometrie (Abb. 7):

Bei senkrechter Stellung beträgt der optische Weg: $l_1 + n \cdot d + l_2$.

Nach der Drehung um α :

$$l_1^* + \frac{n \cdot d}{\cos \beta} + l_2^*$$

Mit $d^* = \frac{d \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\cos \beta}$ und $n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ folgt daraus für die Differenz der optischen Wege:

$$N \cdot \lambda = 2d \left(1 - n + \frac{n}{\cos \beta} - \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \beta} \right) = 2d \left(1 - n + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \right) \approx \frac{n - 1}{n} \cdot d \cdot \sin^2 \alpha$$

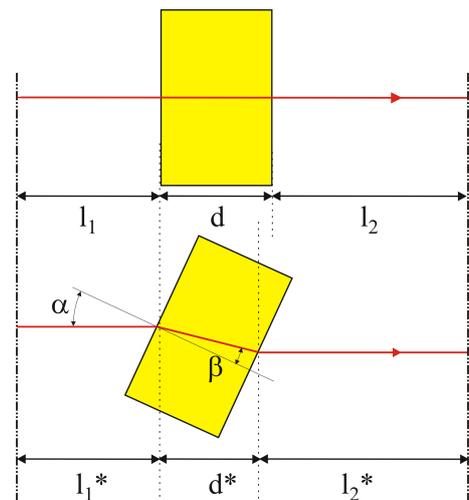


Abbildung 7: Geometrie zur Bestimmung der Plattendicke

- (M6) Nach der senkrechten Justierung drehen Sie bitte die Platte soweit, bis genau 30 Perioden durchlaufen wurden. Lesen Sie den zugehörigen Drehwinkel α ab und wiederholen Sie diese Messung dreimal.
- (M7) Ermitteln Sie die Dicke der Platte mit einem Messschieber.
- (A5) Berechnen Sie mit dem Mittelwert von α die Dicke d . Vergleichen Sie den Wert, den Sie mit dem Messschieber ermittelt haben.

Der Brechungsindex von Luft durch Druckänderung

Der Brechungsindex eines Gases hängt von seiner Teilchenanzahldichte und damit von Druck und Temperatur des Gases ab. In Luft u.a. auch von der Luftfeuchtigkeit und dem CO_2 -Gehalt. Um die Abhängigkeit vom Druck zu untersuchen, lässt sich in dem einem Arm des Interferometers einer Küvette einschwenken, die man evakuieren kann. Die optische Weglänge d durch diese Küvette beträgt:

$$d = n(p, T) \cdot L + d_{\text{Fenster}} \quad \text{L: Küvettenlänge ohne Fenster}$$

Ändert man den Druck p in der Küvette, so auch den Brechungsindex n , und auf den Beobachtungsschirm des Interferometers sieht man die Periodenwechsel für $k = 0$. Durch Differentiation erhält man für die Änderung der Periodenwechsel mit dem Druck:

$$\frac{dN}{dp} \lambda = 2L \frac{dn(p, T)}{dp}$$

Nimmt man an, dass die Änderung Δn des Brechungsindex gegenüber dem Vakuum ($n = 1$), $\Delta n = n - 1$, proportional der Teilchendichte ist, so folgt aus der allgemeinen Gasgleichung $pV = Nk_bT$:

$$\left. \begin{array}{l} n - 1 \propto \frac{p}{T} \\ n_0 - 1 \propto \frac{p_0}{T_0} \end{array} \right\} n - 1 = \frac{T_0 p}{p_0 T} (n_0 - 1) \Rightarrow \frac{dn}{dp} = \frac{T_0}{p_0} \frac{n_0 - 1}{T}$$

Dabei beziehen sich n_0, p_0 und T_0 auf die Normbedingungen: $p_0 = 1,013 \times 10^5$ Pa und $T_0 = 273,15$ K Einsetzen liefert:

$$\frac{dN}{d} \lambda = 2L \frac{T_0}{p_0} \frac{n_0 - 1}{T} \Rightarrow n_0 = 1 + \frac{dN}{dp} \frac{\lambda}{2L} \frac{T}{p_0}$$

- (M8) Evaluieren Sie zunächst die Gaszelle. Notieren Sie nach jedem fünften Periodenwechsel den Druck.
- (A6) Tragen Sie grafisch $N(p)$ auf und bestimmen Sie die Steigung der Ausgleichsgeraden. Wie groß ist Ihr Wert für n_0 ? Vergleichen Sie bitte diesen Wert mit dem in der Literatur.



Hinweise zum Justieren des MI

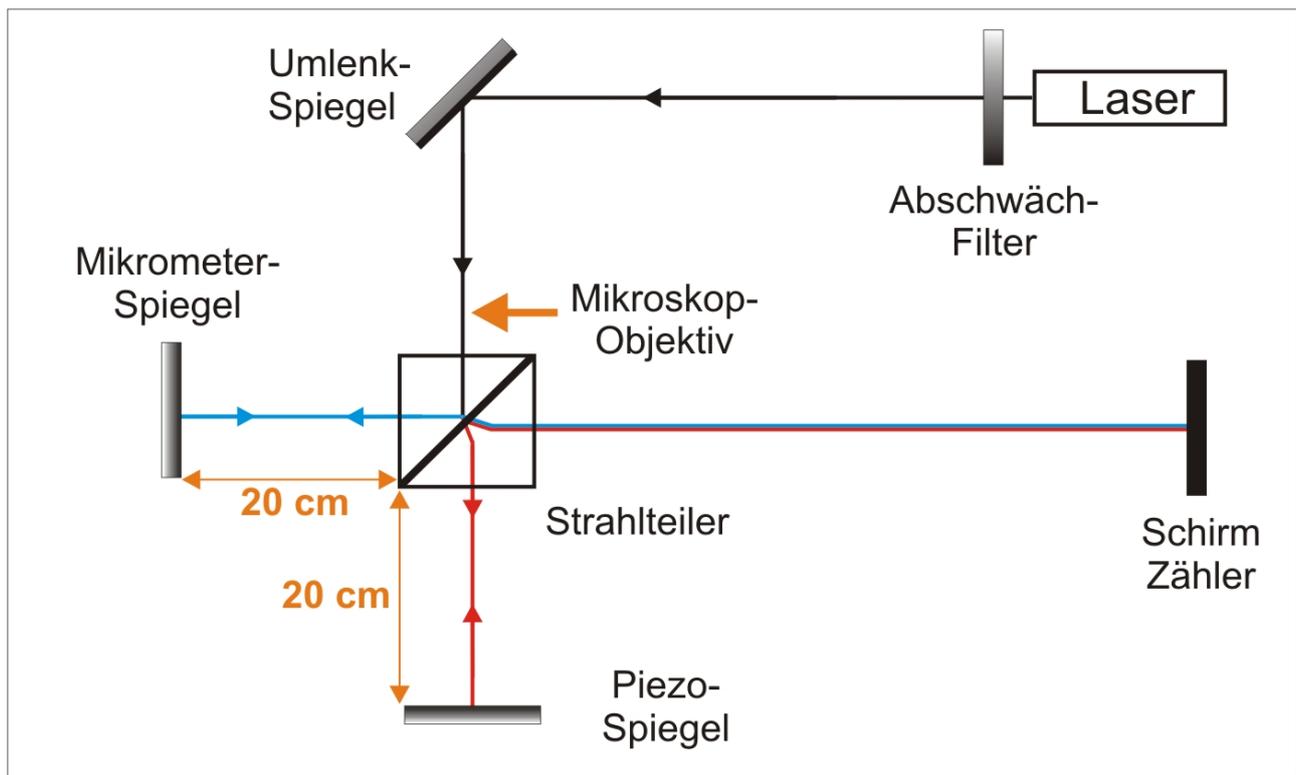


Abbildung 8: Versuchsaufbau

Laserstrahlen sind gefährlich!

- Blicken Sie nie in den direkten Strahl hinein.
- Nehmen Sie bitte auch alle Ihre Uhren und Fingerringe während des Versuches ab.

Optische Elemente sind empfindlich!

- Fassen Sie bitte auf keinen Fall, *wirklich niemals*, auf die Oberfläche der Spiegel, Linsen oder Strahlteiler.
- Putzen Sie nur zusammen mit dem Assistenten die optischen Bauteile.

Es kommt darauf an,

- dass die beiden Teillichtbündel den Piezospiegel und den Mikrometerspiegel möglichst mittig treffen und
 - dass die beiden Teillichtbündel auf dem Schirm koaxial zusammenfallen.
- (1) Beginnen Sie zunächst nur mit Umlenkspiegel, Piezospiegel und dem vom Filter abgeschwächten Laserstrahl. Mit dem Umlenkspiegel wird der Laserstrahl auf den Piezospiegel mittig ausgerichtet. Der Piezospiegel wird dann mit seinen beiden Einstellschrauben so justiert, dass einfallender und reflektierter Strahl zusammenfallen – der Rückreflex geht dann in den Laser zurück.
 - (2) Setzen Sie als nächstes den Strahlteilerwürfel in den Strahlengang (Abstand ca. 20 cm vom Piezospiegel). Drehen Sie den Würfel feinfühlig so, dass sich an dem Strahlengang nach (1) nichts ändert.
 - (3) Nun den Mikrometerspiegel einfügen - in möglichst gleichem Abstand vom Strahlteilerwürfel wie den Piezospiegel - und den rücklaufenden Strahl vom Piezospiegel mit Papier abdecken. Der Mikrometerspiegel wird mit den Einstellschrauben wie in (1) so justiert, dass wieder einfallender und reflektierter Strahl zusammenfallen (Rückreflex in den Laser

- (4) Wenn Sie jetzt das Papier vor dem Piezospiegel wegnehmen und den Rückstrahl freigeben, müssten Sie auf dem Schirm zwei kleine sich partiell überlappende Lichtfelder beobachten können.
- (5) Danach wird das Abschwächfilter entfernt und das Laserlicht mit einem Mikroskopobjektiv divergent gemacht. In der Regel beobachten Sie jetzt auf dem Schirm bereits Interferenzstreifen, die sich als Teile von Kreisen identifizieren lassen. Durch feinfühliges Verstellen der Spiegel und etwas Geduld finden Sie schließlich das Zentrum des Kreisringsystems. Durch vorsichtiges Nachregeln des Umlenkspiegels lässt sich der Strahlengang auf die Mitte des Strahlteilerwürfels zentrieren.

Überprüfen Sie zu Anfang, dass die alle optischen Bauteile einwandfrei und ohne Fettfingerabdrücke übernehmen.

Wenn Sie den Versuch beenden, muss Ihr Tutor/ Ihre Tutorin die Bauteile wieder kontrollieren. Helfen Sie bitte dabei, bevor Sie gehen.

