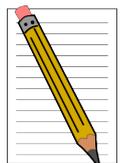


Widerstand

Es ist gar nicht so leicht, den Widerstandswert eines gewöhnlichen ohmschen Widerstandes einigermaßen genau zu bestimmen. Sie werden sehen, wie stark die Genauigkeit der Ergebnisse von den Messgeräten und von dem Messverfahren abhängt. Elektrische Waagen benutzen als Sensoren Dehnungsmessstreifen. Diese ändern ihren Widerstandswert, wenn man sie mechanisch dehnt oder staucht. Sie werden diesen Effekt hier in einer Brückenschaltung anwenden, um Kräfte zu messen. Zum Schluss werden Sie noch untersuchen, wie man mit einem Widerstand Spannungen steuern kann und worauf man dabei achten muss. Der Versuch erfordert einige Zeit zu Hause für die Vorbereitung.

Schriftliche VORbereitung:

- (V1) Wie lautet das Ohmsche Gesetz?
- (V2) Wie funktionieren analoge (Drehspul-) und wie digitale Messgeräte?
- (V3) Warum ändert sich der elektrische Widerstand mit der Temperatur?
- (V4) Warum sollte man den Messbereich der Analogmessgeräte stets möglichst so wählen, dass der Zeigerausschlag im oberen Drittel liegt?
- (V5) Warum ist der Strommessbereich so empfindlich?
- (V6) Was ist der Innenwiderstand eines Messgerätes?
- (V7) Sollte der Innenwiderstand möglichst groß oder möglichst klein sein?
- (V8) Wie groß ist der Innenwiderstand von digitalen (Spannungs-) Messgeräten?
- (V9) Eignet sich die Stromfehlerschaltung für niederohmige oder eher für hochohmige Widerstände?
- (V10) Über [Gleichung 3](#) und [Gleichung 4](#) kann man den gemessenen Strom I_{exp} bzw. die gemessene Spannung U_{exp} berechnen, wenn lediglich ein Messgerät (Volt- oder Amperemeter) mit bekanntem Innenwiderstand benutzt wird. Im Falle einer Strom- bzw. Spannungsfehlerschaltung sind jedoch zwei Messgeräte gleichzeitig angeschlossen, die sich gegenseitig beeinflussen. Erweitern Sie [Gleichung 3](#) und [Gleichung 4](#) so, dass Sie I_{exp} und U_{exp} für diese beiden Schaltungen berechnen können. Welcher Wert von R_{exp} ergibt sich in beiden Fällen? Das Ergebnis sollte unabhängig von Strom und Spannung sein. Wie können Sie von R_{exp} auf R_X schließen?
- (V11) Zeigen Sie mit der Kirchhoffschen Maschen-/Knotenregel, dass in der Wheatstone-Brücke in [Abschnitt 2](#) für $U_{AB} = 0$ die [Gleichung 5](#) folgt.
- (V12) Bestimmen Sie mit [Gleichung 8](#) das Verhältnis U_X/U_0 als Funktion des relativen Widerstandes R_X/R_0 .
- (V13) Zeichnen Sie die Graphen dieser Funktion mit dem Parameter $R_L/R_0 = 5; 0,5; 0,05$ (also für 3 verschiedene Lastwiderstände) in ein Diagramm ein.



1 Wie groß ist der Widerstandswert

Ein unbekannter Widerstand R_x lässt sich näherungsweise mit den Schaltungen nach [Abbildung 1a](#) und [Abbildung 1b](#) bestimmen. [Abbildung 1a](#) zeigt hierbei ein Diagramm eines Schaltkreises zur Spannungsrichtigen Messung eines Widerstandes, während [Abbildung 1b](#) einen entsprechenden stromrichtigen Schaltkreis zeigt.

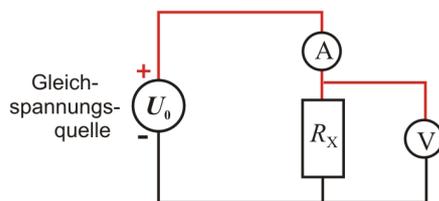
Mit der gemessenen Spannung U_{exp} und dem gemessenen Strom I_{exp} erhalten Sie den Widerstand

$$R_{\text{exp}} = \frac{U_{\text{exp}}}{I_{\text{exp}}}. \quad (1)$$

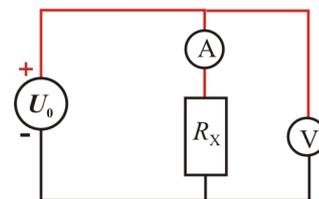
R_{exp} ist jedoch mit einer systematischen Messabweichung u_{sys} behaftet, die abhängig ist

- von den Innenwiderständen der verwendeten Messinstrumente
- der benutzten Schaltung

$$R_X = R_{\text{exp}} + u_{\text{sys}} \quad (2)$$



(a) Spannungsrichtige Schaltung. Hier wird nur die Spannung des Widerstandes richtig gemessen.



(b) Und hier nur der Strom

Abbildung 1: Widerstandsmessung

Versuch

(M1) Messen Sie mit den beiden Analogmessgeräten Strom und Spannung an dem gleichen Widerstand R_X nach der Schaltung in [Abbildung 1a](#) und [Abbildung 1b](#).

Notieren Sie sich bitte auch die Innenwiderstände der Messinstrumente für die benutzten Messbereiche.

(M2) Wiederholen Sie die Messung mit den beiden Digitalmessgeräten am Arbeitsplatz.

(M3) Messen Sie den Widerstandswert direkt mit einem der Digitalmessgeräte im Ω -Messbereich

(M4) Wie groß ist ihr eigener Widerstand zwischen linker und rechter Hand? Messen Sie direkt mit dem Ω -Messbereich des Digitalmessgeräts.

Auswertung

(A1) Messungen mit den Analogmessgeräten: Berechnen Sie jeweils die Widerstandswerte R_X und R_{exp} mit Ihren Überlegungen aus (V10). Wie groß sind die relativen Messabweichungen $\frac{u_{\text{sys}}}{R_X} = \frac{R_X - R_{\text{exp}}}{R_X}$?

(A2) Stellen Sie alle Ergebnisse für die verschiedenen Messinstrumente/-verfahren übersichtlich dar.

1.1 Der Innenwiderstand von Messinstrumenten

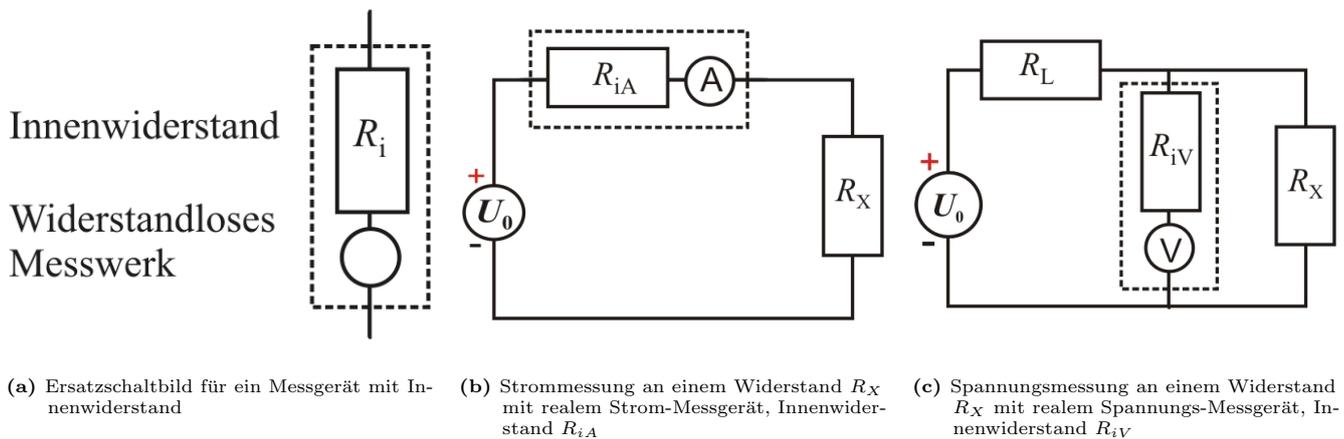


Abbildung 2: Der Innenwiderstand von Messgeräten

Reale Messgeräte haben einen (endlichen) Innenwiderstand. Dies berücksichtigt man in einem Ersatzschaltbild nach [Abbildung 2a](#) indem man das Messgerät durch eine Schaltung mit einem idealen Messgerät und einem in Reihe geschalteten Widerstand ersetzt.

Bei einer Strommessung nach [Abbildung 2b](#) wird daher nicht $I_{\text{ohne } R_{iA}} = \frac{U_0}{R_X}$ angezeigt, sondern

$$I_{\text{mit } R_{iA}} = \frac{U_0}{R_X + R_{iA}} \quad (3)$$

Analog ist auch bei der Spannungsmessung nach [Abbildung 2c](#) der angezeigte Spannungswert nicht mit dem wahren Spannungswert identisch. Statt $U_{\text{ohne } R_{iV}} = U_0 \frac{R_X}{R_L + R_X}$ messen Sie

$$U_{\text{mit } R_{iV}} = U_0 \frac{R_X^*}{R_L + R_X^*} \quad (4)$$

$$\text{mit } R_X^* = \frac{R_X R_{iV}}{R_X + R_{iV}} = R_X \frac{1}{1 + R_X / R_{iV}}.$$

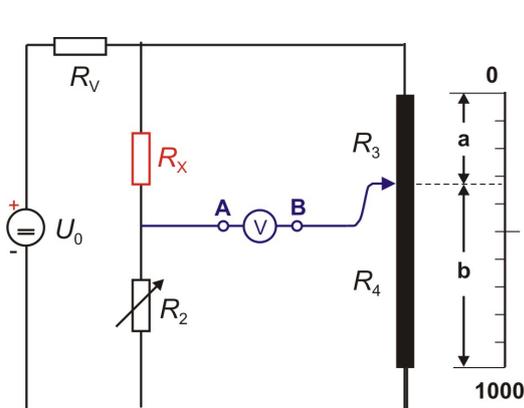
Regel: Strommessgeräte haben einen möglichst kleinen Innenwiderstand, Spannungsmessgeräte einen möglichst großen.

Man erkennt hier an dem Ersatzschaltbild, dass bei der Stromfehlerschaltung nach [Abbildung 1a](#) der Stromfehler tatsächlich sehr groß werden kann. Wenn der Innenwiderstand R_{iV} des Voltmeters genau so groß ist wie der Widerstand R_X des Messobjekts, zeigt das Amperemeter doppelt so viel an, wie durch das Messobjekt tatsächlich fließen. Dies gilt analog auch für die Spannungsfehlerschaltung [Abbildung 1b](#), diesmal nur für kleine Widerstandswerte des Messobjekts.

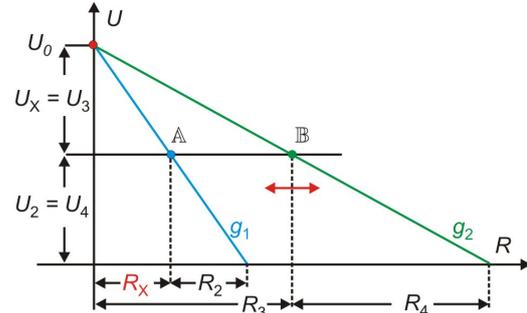
2 So misst man keine Spannung

Die Genauigkeit der Messungen mit den in [Abbildung 2c](#) und [Abbildung 2b](#) gezeigten Schaltungen wird durch die Innenwiderstände der Messgeräte begrenzt. In einer Brückenschaltung (Wheatstonesche Brücke) nach ?? ist man davon unabhängig. Man verändert das Widerstandsverhältnis bis das Messinstrument in der Brücke A-B keine Spannung mehr anzeigt. Die Brücke ist dann abgeglichen und es gilt:

$$R_X = R_2 \frac{R_3}{R_4} = R_2 \frac{a}{b} \tag{5}$$



(a) Wheatstone-Brücke. Im Versuch ist der Widerstand $R_3 + R_4$ ein Potentiometer.



(b) Im Spannungs- Widerstandsdiagramm kann man den Abgleichvorgang der Brücke veranschaulichen. Der unbekannte Widerstand R_X und der Vergleichswiderstand R_2 legen den Teilpunkt A auf der Geraden g_1 und die Teilspannungen U_X und U_2 fest. Der Gesamtwiderstand $R_3 + R_4$ des Potentiometers bestimmt den Verlauf der Geraden g_2 . Mit dem Potentiometerabgriff wird der Teilpunkt B verschoben. Liegt er auf der Waagerechten durch A ist die Brücke abgeglichen.

Abbildung 3: Wheatstone-Brücke

Versuch

Die Schaltung nach [Abbildung 3a](#) ist in einem Gehäuse fest verdrahtet. Sie müssen lediglich den unbekanntem Widerstand R_X , den Vergleichswiderstand R_2 und das Voltmeter anschließen. Das Widerstandsverhältnis $\frac{R_3}{R_4} = \frac{a}{b}$ wird mit einem 10-Gang-Potentiometer ($a + b = 1000$) eingestellt. Am Stellknopf wird der Abschnitt a abgelesen. Am Stellknopf wird der Abschnitt a abgelesen. Der relative Fehler wird geringer, wenn der Abgriff a möglichst in der Mitte erfolgt. Stellen Sie dazu zunächst das Potentiometer auf 500 und verändern Sie R_2 bis $|U_{AB}|$ minimal wird (Vorzeichenwechsel).

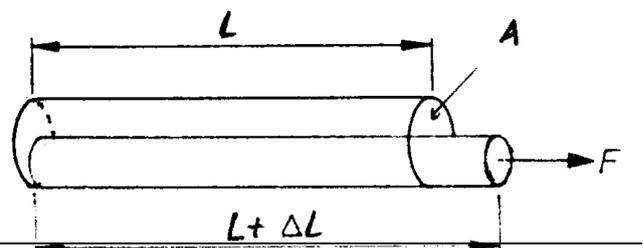
- (M5) Drehen Sie nun das Potentiometer zum Abgleich auf $U_{AB} \cong 0$.
- (M6) Wegen möglicher Unsymmetrien in der Brücke wiederholen Sie bitte die Messung nachdem Sie R_X und R_2 vertauscht haben.
- (M7) Wiederholen Sie die Messungen für 2 weitere verschiedene Werte des Vergleichswiderstands R_2 .
- (A3) Bestimmen Sie aus diesen 6 Messwerten den Mittelwert $\overline{R_X}$ sowie die Messunsicherheit $u(\overline{R_X})$.

3 Wie funktioniert eine elektrische Waage?

Eine praktische Anwendung dieser Brückenschaltung findet man in praktisch allen elektrischen Kraftmessern und Personen- oder Briefwaagen.

Wird ein Draht (vgl. [Abbildung 4](#)) der Länge L durch eine Kraft F um ΔL elastisch gedehnt, so gilt das hookesche Gesetz:

$$F = EA \frac{\Delta L}{L}$$



Hierbei stehen A für den Querschnitt und E für das Elastizitätsmodul des Materials. Je größer die Kraft ist, desto größer ist also die relative Längenänderung: $F \propto \frac{\Delta L}{L}$. Mit der Länge ändert der Draht zugleich auch seinen Widerstand $R = \rho \frac{L}{A}$ um

$$\frac{\Delta R}{R} = k \frac{\Delta L}{L}$$

mit einer zunächst unbekanntenen Proportionalitätskonstante k . Insgesamt folgt also

$$F \propto \frac{\Delta R}{R}$$

Diesen Effekt nutzt man bei den Dehnungsmessstreifen (DMS) aus, bei denen der Widerstandsdraht mäanderförmig ausgebildet ist (vgl. [Abbildung 5](#)). Im Versuch sind auf einem Biegebalken auf der Unter- und Oberseite je ein DMS fest aufgeklebt, so dass sie der Verformung des Balkens folgen.

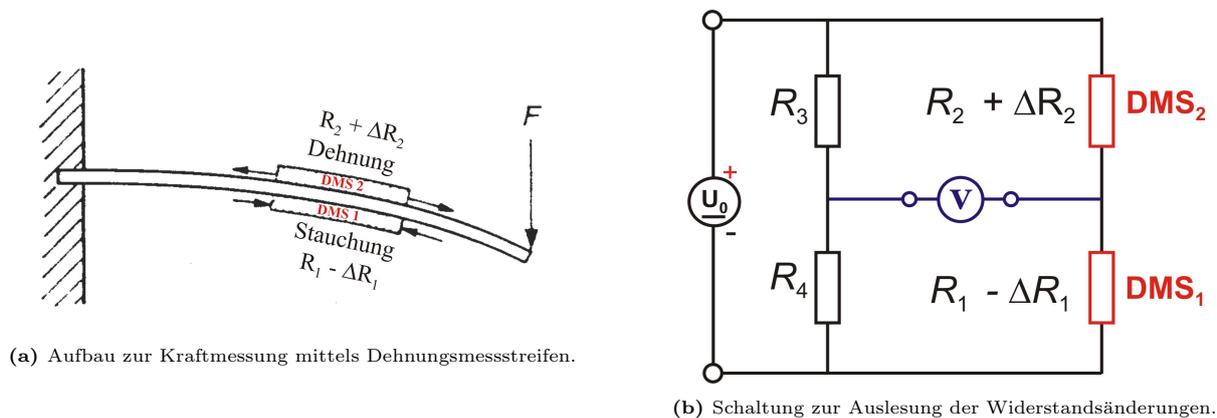


Abbildung 6: Anwendung von Dehnungsmessstreifen zur Kraftmessung.

Biegt man den Balken nach unten (wie in [Abbildung 6a](#) gezeigt), so wird

DMS₁ auf der Unterseite des Balkens gestaucht $\Delta R_1 < 0$
 und der DMS₂ auf der Oberseite des Balkens gedehnt $\Delta R_2 > 0$.

Hat man die Brücke nach [Abbildung 6b](#) im unbelasteten Zustand ($F = 0$) abgeglichen ($U_{AB} = 0$), so wird sie durch diese Widerstandsänderung eine Spannung anzeigen (Ausschlagverfahren). Für zwei gleiche DMS ($R_1 = R_2 = R$, $\Delta R_1 = -\Delta R_2 = \Delta R$) beträgt diese Spannung:

$$U_{AB} = \frac{U_0}{2} \frac{\Delta R}{R}$$

Die Brückenspannung ist daher näherungsweise proportional zur angreifenden Kraft:

$$U_{AB} \propto F. \quad (6)$$

Versuch

Die Schaltung nach [Abbildung 6b](#) ist fertig aufgebaut.

- (M8) Messen Sie für 5 verschiedene Gewichtsstücke die Brückenspannung U_{AB} und zeichnen Sie sofort eine Kalibrierkurve $U_{AB} = U_{AB}(F)$
- (M9) Überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit einem weiteren Gewichtsstück (vom Assistenten).
- (A4) Ermitteln Sie den Proportionalitätsfaktor aus Ihren Messdaten von [Punkt \(M8\)](#) mittels einer Ausgleichsgeraden.
- (A5) Bestimmen Sie das Gewicht des unbekanntes Gewichtsstücks aus der in [Punkt \(M9\)](#) gemessenen Brückenspannung und dem soeben bestimmten Proportionalitätsfaktor.

4 Wie kann man eine Spannung steuern?

4.1 Unbelasteter Spannungsteiler

An dem Widerstand R_0 (Potentiometer) in [Abbildung 8](#) lässt sich der Abgriff X kontinuierlich von A nach B verschieben. Sie verändern damit die abgegriffene Spannung. Bei einem *unbelasteten* Spannungsteiler ($R_L \gg R_0$) gilt für die zwischen A und X in [Abbildung 7](#) anliegende Spannung

$$U_X \approx \frac{R_X}{R_0} U_0. \quad (7)$$

Aufgrund dieses einfachen, linearen Zusammenhangs werden mit einer solchen Spannungsteilerschaltung in elektronischen Schaltkreisen oft variable Spannungen erzeugt.

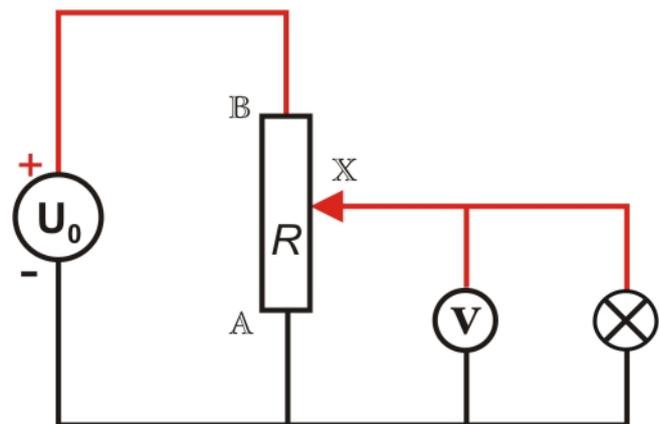


Abbildung 7: Potentiometer.

4.2 Belasteter Spannungsteiler

Wenn Sie jedoch den Ausgang dieses Spannungsteilers mit einem Strom belasten, dann gilt dieser einfache lineare Zusammenhang nicht mehr. Bei einem solchen *belasteten* Spannungsteiler liefert die Knotenregel für den Punkt A:

$$I = I_L + I_X = \frac{U_X}{R_L} + \frac{U_X}{R_X}$$

und die Maschenregel für die Masche M_1 :

$$R_X \cdot I_X + (R_0 - R_X) \cdot I = U_0.$$

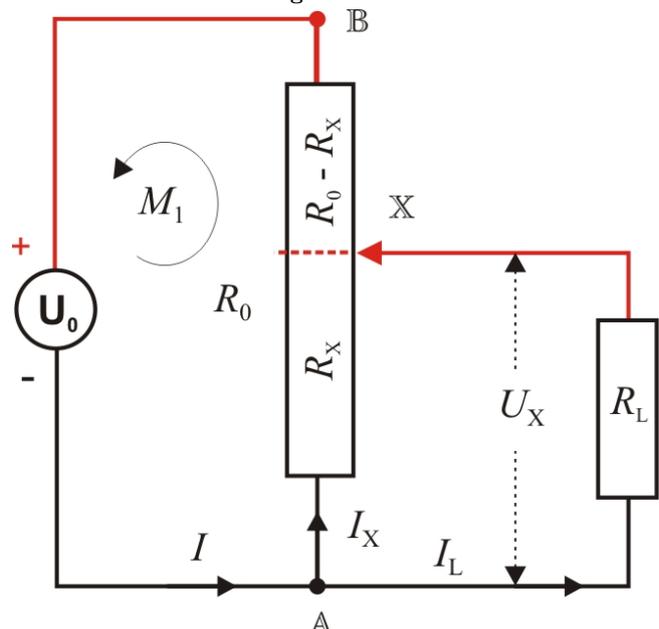


Abbildung 8: Belasteter Spannungsteiler.

Damit ergibt sich

$$U_X = k \cdot U_X^* \text{ mit } k = \frac{R_L}{R_L + R_X - R_X^2/R_0}. \quad (8)$$

Soll auch bei Belastung eine annähernd lineare Spannungsverstellung erreicht werden, muss daher $k \approx 1$ sein. Das ist dann gewährleistet, wenn R_X klein gegenüber R_L ist, mit Sicherheit also immer, wenn $R_0 \ll R_L$ ist, der Gesamtwiderstand des Teilers also viel kleiner ist als der Lastwiderstand.

In dem Beispiel in [Abbildung 8](#) ist $R_L \approx 10 \Omega$ und bei Abgriff in der Mitte $R_X \approx 500 \Omega$, die Bedingung für lineare Spannungsverstellung wird dort nicht erfüllt. In der Praxis lassen sich brauchbare Ergebnisse erzielen, wenn man $I_X/I_L = 5$ wählt.

Dadurch ergibt sich dann aber auch ein recht hoher Strom durch das Potentiometer. Wegen $P = UI$ ist in diesem Fall aber auch die Leistung, die am Potentiometer abfällt wesentlich größer als die gewünschte Leistung am Lastwiderstand was zu unerwünschten Verlusten und Erwärmung führt. Daher findet man in aller Regel Schaltungen vor, in denen der Ausgang des Potentiometers praktisch unbelastet ist (sehr hoher Lastwiderstand) und der Strom durch einen nachgeschalteten Verstärker bereitgestellt wird.

Versuch

- (M10) Messen Sie zunächst für einen unbelasteten Spannungsteiler mit Hilfe eines digitalen Messgerätes U_X für 6 verschiedene Stellungen des Potentiometers.
- (M11) Messen Sie U_X für 6 verschiedene Werte von R_X für jeden der Widerstände R_L .
- (A6) Zeichnen Sie Ihre experimentell ermittelten Werte in das Diagramm aus [Punkt \(V13\)](#) mit ein.

Ergebnis: Für eine lineare Verstellung muss der Potentiometerwiderstand kleiner sein als der Lastwiderstand. Je kleiner man jedoch den Potentiometerwiderstand wählt, desto größer werden der Querstrom I_X und damit auch die Verlustleistung.
Der Strom I_X fließt immer und unabhängig von der Einstellung des Potentiometers.

