

1. Ziele

Es ist gar nicht so leicht, den Widerstandwert eines gewöhnlichen ohmschen Widerstandes einigermaßen genau zu bestimmen. Sie werden sehen, wie stark das Ergebnis sowohl von den Messgeräten als auch von dem Messverfahren abhängig ist. Elektrischen Waagen benutzen als Sensoren Dehnungsmessstreifen. Sie ändern ihren Widerstandwert, wenn man sie mechanisch dehnt oder staucht. Sie werden diesen Effekt hier in einer Brückenschaltung anwenden, um Kräfte zu messen. Zum Schluss werden Sie noch untersuchen, wie man mit einem Widerstand Spannungen steuern kann und worauf man dabei achten muss. Der Versuch erfordert einige Zeit zu Hause für die Vorbereitung.

2. Stichworte für die Vorbereitung

- Ohmsches Gesetz, Kirchhoffsche Regeln, Brückenschaltung.
- Welche physikalischen Größen stehen in den beiden Gleichungen:

$$U = R I$$

$$R = \rho L / A ? \quad \text{In welchen Einheiten werden diese Größen gemessen?}$$

- Wie funktionieren analoge, und wie digitale Messgeräte?
- Warum ändert sich der elektrische Widerstand mit der Temperatur?

3. Wie groß ist der Widerstandswert?

Ein unbekannter Widerstand R_X lässt sich näherungsweise mit den Schaltungen nach Abb. 1 und 2 bestimmen. Mit der gemessenen Spannung U_{exp} und dem gemessenen Strom I_{exp} erhalten Sie den gemessenen Widerstand

$$R_{\text{exp}} = U_{\text{exp}} / I_{\text{exp}} . \quad (1)$$

Jeder dieser Werte R_{exp} ist jedoch mit einer systematischen Messabweichung u_{sys} behaftet, die abhängig ist a) von den Innenwiderständen der verwendeten Messinstrumente und b) der benutzten Schaltung:

$$R_X = R_{\text{exp}} + u_{\text{sys}} . \quad (2)$$

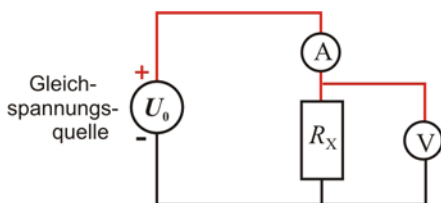


Abb. 1 Spannungsrichtige Schaltung
Hier wird nur die Spannung des Widerstandes richtig gemessen.

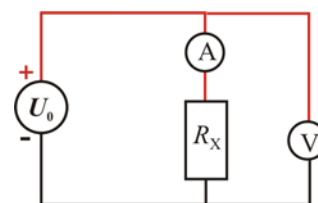


Abb. 2. Stromrichtige Schaltung
... und hier nur der Strom.

3.1. Versuch

1. Messen Sie mit den beiden Analogmessgeräten Strom und Spannung an dem gleichen Widerstand R_X nach der Schaltung Abb. 1. und nach der Schaltung Abb. 2.
Notieren Sie sich bitte auch die Innenwiderstände der Messinstrumente für die benutzten Messbereiche.
2. Wiederholen Sie die Messung mit den beiden Digitalmessgeräten am Arbeitsplatz.
3. Messen Sie den Widerstandswert direkt mit einem der Digitalmessgeräte im Ω -Messbereich.
4. Wie groß ist ihr eigener Widerstand? Zwischen linker und rechter Hand – mit dem Ω - Messbereich des Digitalmessgerät? Zwischen ... ?

Achtung, Gefahr: Warum ist der Strommessbereich so empfindlich?

Sie können den Strommessbereich der Messgeräte beliebig schnell zerstören. Sie müssen dazu nur die Spannungsquelle direkt mit einem Strommessbereich verbinden. Der Versuch ist dann erst einmal zu Ende.

Achtung, Einstellung: Warum sollte man den Messbereich der Analogmessgeräte stets so wählen, dass der Zeigerausschlag im oberen Drittel liegt?

3.2. Auswertung

- Messungen mit den Analogmessgeräten: Berechnen Sie jeweils die Widerstandswerte R_X und R_{exp} mit Ihren Überlegungen aus 3.4.1. Wie groß sind die relativen Messabweichungen $\frac{u_{\text{sys}}}{R_X} = \frac{R_X - R_{\text{exp}}}{R_X}$?
- Stellen Sie alle Ergebnisse für die verschiedenen Messinstrumente/verfahren übersichtlich dar.

3.3. Der Innenwiderstand von Messinstrumenten

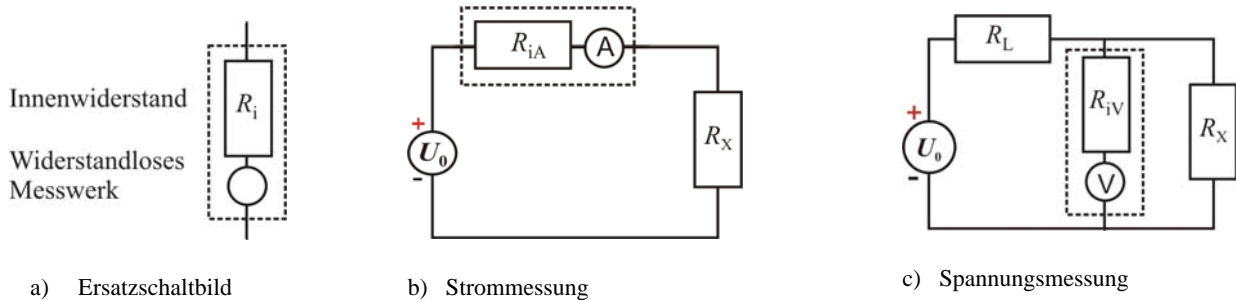


Abb. 3 Messgeräte haben einen Innenwiderstand

Bei einer Strommessung nach Abb. 3b wird nicht $I_{\text{ohne } R_{iA}} = \frac{U_0}{R_X}$ angezeigt, sondern $I_{\text{mit } R_{iA}} = \frac{U_0}{R_X + R_{iA}}$ (3)

Und auch bei der Spannungsmessung Abb. 3c ist der angezeigte Spannungswert kleiner als der wahre Wert:

Statt $U_{X,\text{ohne } R_{iV}} = U_0 \frac{R_X}{R_L + R_X}$ messen Sie $U_{X,\text{mit } R_{iV}} = U_0 \frac{R_X^*}{R_L + R_X^*}$ mit (4)

$$R_X^* = \frac{R_X \cdot R_{iV}}{R_X + R_{iV}} = R_X \frac{1}{1 + R_X/R_{iV}}$$

Regel:

Strommessgeräte müssen einen möglichst kleinen Innenwiderstand besitzen,
Spannungsmessgeräte einen möglichst großen.

Man erkennt hier an dem Ersatzschaltbild, dass bei der Stromfehlerschaltung Abb. 1 der Stromfehler tatsächlich sehr groß werden kann. Wenn der Innenwiderstand R_{iV} des Voltmeters genau so groß ist wie der Widerstand R_X des Messobjekts, zeigt das Amperemeter doppelt so viel an, wie durch das Messobjekt tatsächlich fließen. Dies gilt analog auch für die Spannungsfehlerschaltung Abb. 2, diesmal nur für kleine Widerstandswerte des Messobjekts.

3.4. Aufgaben: vorher, schriftlich zuhause

- Über Gl. 3 und Gl. 4 kann man den gemessenen Strom I_{exp} bzw. die gemessene Spannung U_{exp} berechnen, wenn lediglich ein Messgerät (Volt- oder Amperemeter) mit bekanntem Innenwiderstand benutzt wird. Im Falle einer Strom- bzw. Spannungsfehlerschaltung sind jedoch zwei Messgeräte gleichzeitig angeschlossen, die sich gegenseitig beeinflussen. Erweitern Sie Gl. 3 und Gl. 4 so, dass Sie I_{exp} und U_{exp} für diese beiden Schaltungen berechnen können. Welcher Wert von R_{exp} ergibt sich in beiden Fällen? Das Ergebnis sollte unabhängig von Strom und Spannung sein. Wie können Sie von R_{exp} auf R_X schließen?
- Können Sie die eingerahmte Regel oben anhand der Abb. 1 – 3 plausibel machen und die Bemerkung *Achtung, Gefahr* erklären?
- Eignet sich die Stromfehlerschaltung für niederohmige oder eher für hochohmige Widerstände?
- Wie groß ist der Innenwiderstand von Digitalmessgeräten?

4. So misst man keine Spannung

Die Genauigkeit der Messungen nach 3. wird durch die Innenwiderstände der Messgeräte begrenzt. In einer Brückenschaltung (Wheatstonesche Brücke) nach Abb. 4 ist man davon unabhängig.

Man verändert das Widerstandsverhältnis R_3/R_4 bis das Messinstrument in der Brücke A-B keine Spannung mehr anzeigt. Die Brücke ist dann abgeglichen und es gilt:

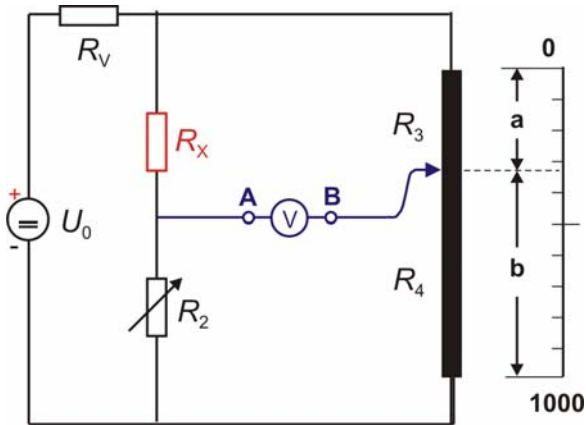
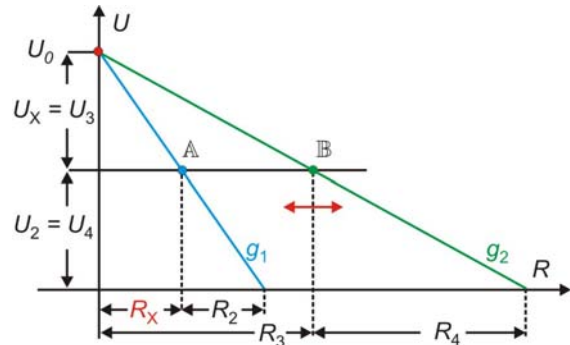


Abb. 4 Wheatstone-Brücke. Im Versuch ist der Widerstand $R_3 + R_4$ ein Potentiometer.

$$R_X = R_2 \frac{R_3}{R_4} = R_2 \frac{a}{b} \quad (3)$$



Im Spannungs- Widerstandsdiagramm kann man den Abgleichvorgang der Brücke veranschaulichen. Der unbekannte Widerstand R_X und der Vergleichswiderstand R_2 legen den Teilpunkt A auf der Geraden g_1 und die Teilspannungen U_X und U_2 fest. Der Gesamtwiderstand $R_3 + R_4$ des Potentiometers bestimmt den Verlauf der Geraden g_2 . Mit dem Potentiometerabgriff wird der Teilpunkt B verschoben. Liegt er auf der Waagerechten durch A, ist die Brücke abgeglichen.

4.1. Aufgaben: vorher, schriftlich zuhause

1. Zeigen Sie mit der Kirchhoffschen Maschen/ Knotenregel, dass für $U_{AB} = 0$ die Gl. 3 folgt.
2. Wie könnte man den Empfindlichkeitsbereich der Einstellung vergrößern?

4.2. Versuch

Die Schaltung nach Abb. 4 ist in einem Gehäuse fest verdrahtet. Sie müssen lediglich den unbekanntem Widerstand R_X , den Vergleichswiderstand R_2 und das Voltmeter anschließen.

Das Widerstandsverhältnis R_3/R_4 (a/b) wird mit einem 10-Gang-Potentiometer ($a + b = 1000$) eingestellt. Am Stellknopf wird der Abschnitt a abgelesen.

Der relative Fehler wird geringer, wenn der Abgriff a möglichst in der Mitte erfolgt. Stellen Sie dazu zunächst das Potentiometer auf 500 und verändern Sie R_2 bis $|U_{AB}|$ minimal wird (Vorzeichenwechsel). Drehen Sie danach das Potentiometer zum Abgleich auf $U_{AB} \cong 0$. Wegen möglicher Unsymmetrien in der Brücke wiederholen Sie bitte die Messung, nachdem Sie R_X und R_2 vertauscht haben.

Wiederholen Sie die Messungen für zwei weitere verschiedene Werte des Vergleichswiderstands R_2 .

4.3. Auswertung

Bestimmen Sie aus diesen 6 Werten den Mittelwert \bar{R}_X und die Messabweichung.

5. Wie funktioniert eine elektrische Waage?

Eine praktische Anwendung dieser Brückenschaltung findet man in elektrischen Kraftmessern und Personen- oder Briefwaagen.

Wird ein Draht (Abb.5.1) der Länge L durch eine Kraft F um ΔL elastisch gedehnt, so gilt das Hooksche Gesetz:

$$F = EA \frac{\Delta L}{L} \quad \begin{matrix} A: \text{Querschnitt} \\ E: \text{Elastizitätsmodul} \end{matrix}$$

Je größer die Kraft, desto größer ist also die relative Längenänderung: $F \approx \frac{\Delta L}{L}$

Mit der Länge ändert der Draht zugleich auch seinen Widerstand $R = \rho \frac{L}{A}$ um

$$\frac{\Delta R}{R} = k \frac{\Delta L}{L}, \quad k: \text{Konstante}$$

so dass insgesamt folgt: $F \sim \frac{\Delta R}{R}$

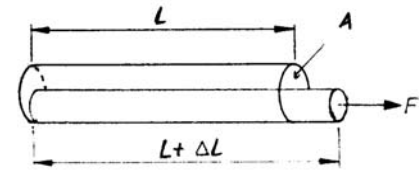


Abb.5.1

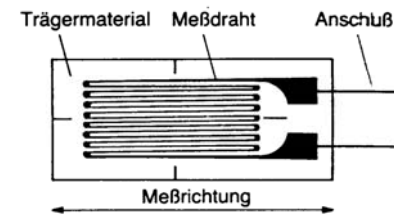


Abb.5.2

Diesen Effekt nutzt man bei den Dehnungsmessstreifen (DMS) aus, bei denen der Widerstandsdraht mädnerförmig ausgebildet ist (Abb.5.2). Im Versuch sind auf einem Biegebalken auf der Unter- und Oberseite je ein DMS fest aufgeklebt, so dass sie der Verformung des Balkens folgen.

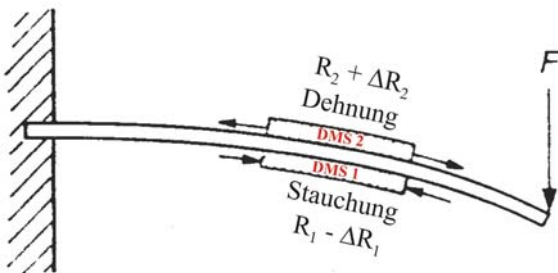


Abb.5.3

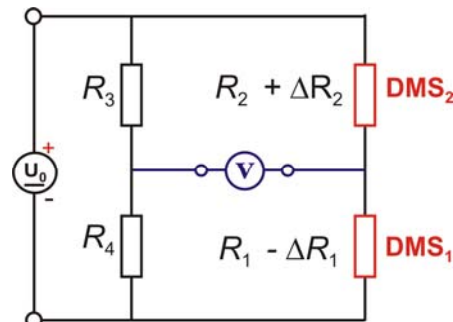


Abb.5.4

Biegt man den Balken nach unten (Abb.5.3), so wird

- der untere DMS₁ gestaucht $\Delta R_1 < 0$
- der obere DMS₂ gedehnt $\Delta R_2 > 0$.

Hat man die Brücke Abb. 5.4 im unbelasteten Zustand ($F = 0$) abgeglichen ($U_{AB} = 0$), so wird sie durch diese Widerstandsänderung eine Spannung anzeigen (Ausschlagverfahren).

Für zwei gleiche DMS ($R_1 = R_2 = R$, $\Delta R_1 = -\Delta R_2 = \Delta R$) beträgt diese Spannung: $U_{AB} = \frac{U_0}{2} \frac{\Delta R}{R}$.

Die Brückenspannung ist daher näherungsweise proportional zur angreifenden Kraft: $U_{AB} \sim F$. (4)

5.1. Versuch

Die Schaltung nach Abb.5.4 ist fertig aufgebaut. Messen Sie für 5 verschiedene Gewichtsstücke die Brückenspannung U_{AB} und zeichnen Sie sofort eine Kalibrierkurve $U_{AB} = U_{AB}(F)$. Wie groß ist Ihr Proportionalfaktor in Gl. 4?

Überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit einem weiteren Gewichtsstück (vom Assistenten).

6. Wie kann man eine Spannung steuern?

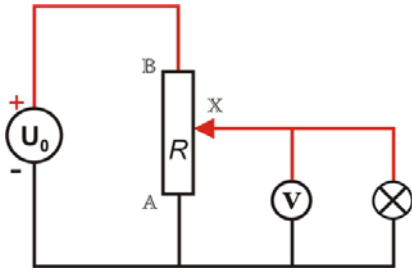


Abb. 6 Potentiometerschaltung: $U_0 = 12 \text{ V}$
Glühbirne (6 V , $0,6 \text{ A}$), $R = 1 \text{ k}\Omega$

An dem Widerstand R (*Potentiometer*) in Abb. 6 lässt sich der Abgriff X kontinuierlich von A nach B verschieben. Sie verändern damit die abgegriffene Spannung für den Lastwiderstand (Glühbirne). Mit einer solchen Spannungsteilerschaltung regeln Sie z. B. auch die Lautstärke in ihrem Radio.

Wenn Sie jedoch in dem Beispiel Abb. 6 das Potentiometer in der Mitte abgreifen, bleibt die Glühbirne dunkel - obwohl der Spannungsmesser vorher 6 V anzeigt.

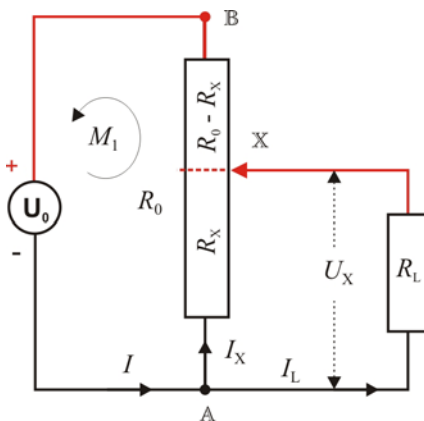


Abb. 7

Bei einem *unbelasteten* (*) Spannungsteiler R_0 gilt für die zwischen A und X liegende Spannung (Abb. 7)

$$U_X^* = \frac{R_X}{R_0} U_0$$

Bei einem *belasteten* Spannungsteiler liefert die Knotenregel für den Punkt A :

$$I = I_L + I_X = \frac{U_X}{R_L} + \frac{U_X}{R_X}$$

und die Maschenregel für die Masche M_1 :

$$R_X \cdot I_X + (R_0 - R_X) \cdot I = U_0$$

Damit ergibt sich

$$U_X = k \cdot U_X^* \quad \text{mit} \quad k = \frac{R_L}{R_L + R_X - R_X^2 / R_0} \quad (5)$$

Soll auch bei Belastung eine annähernd lineare Spannungsverstellung erreicht werden, muss daher $k \approx 1$ sein. Das ist dann gewährleistet, wenn R_X klein gegenüber R_L ist, mit Sicherheit aber immer, wenn $R_0 \ll R_L$ ist, der Gesamtwiderstand des Teilers also viel kleiner ist als der Lastwiderstand.

In dem Beispiel Abb. 6 oben ist $R_L = 10 \Omega$ und bei Abgriff in der Mitte $R_X = 500 \Omega$, die Bedingung für lineare Spannungsverstellung wird dort nicht erfüllt. In der Praxis lassen sich brauchbare Ergebnisse erzielen, wenn man $I_X / I_L = 5$ wählt.

6.1. Aufgaben: vorher, schriftlich zuhause

- Bestimmen Sie mit Gl. 5 das Verhältnis U_X / U_0 als Funktion des relativen Widerstandes R_X / R_0 .
- Zeichnen Sie die Graphen dieser Funktion mit dem Parameter $R_L / R_0 = 5, 0,5, 0,05$ (also für drei verschiedene Lastwiderstände) in ein Diagramm ein.

6.2. Versuch

Führen Sie den Versuch mit den am Arbeitsplatz angegebenen Widerständen durch. Messen Sie U_X für 6 verschiedene Werte von R_X für jeden der Widerstände R_L .

6.3. Auswertung

Zeichnen Sie Ihre experimentell ermittelten Werte in Ihr Diagramm mit ein.

Ergebnis: Für eine lineare Verstellung muss der Potentiometerwiderstand kleiner sein als der Lastwiderstand. Aber je kleiner man den Potentiometerwiderstand wählt, desto größer werden der Querstrom I_X und damit auch die Verlustleistung.