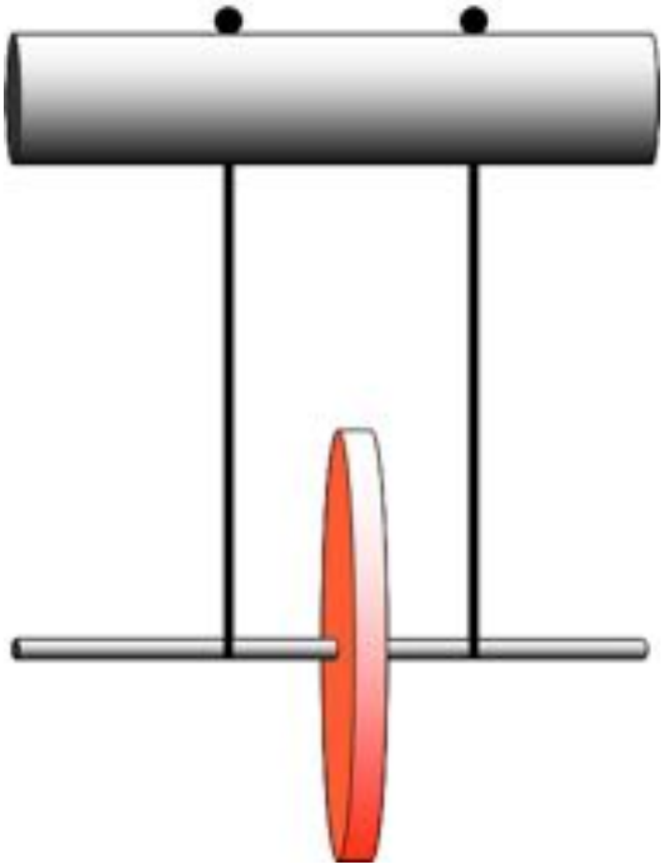


Das Maxwellsche Rad

In diesem Experiment untersuchen Sie fundamentale Bewegungsformen wie Translation und Rotation, die verknüpften Erhaltungssätze wie die Energieerhaltung und die wesentlichen Bewegungsgrößen wie Trägheitsmomente und Drehmomente. Das „Hantelmodell“ ist zentral für jede mechanische Konstruktion und gilt in die Quantenphysik der Atome.

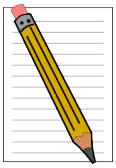
Eigentlich ist das Maxwellrad das bekannte „Jojo“: In einer Scheibe steckt eine Achse, um die sich die Scheibe dreht und dabei Haltefäden auf-, bzw. abwickelt.

©Dr. Rüdiger Scholz, Dr. Kim-Alessandro Weber
u. Dr. Roland Fleddermann - Leibniz Universität Hannover, Juni 2024

PhysikPraktikum

Schriftliche VORbereitung:

- Welche Bewegungsgrößen beschreiben die Rotationsbewegung?
- Was sind Trägheitsmoment, Drehmoment, Drehimpuls? Wie hängen die diese Größen zusammen?
- Was besagt der Satz von Steiner?
- Formulieren Sie formal den Energieerhaltungssatz für Rotationsbewegungen.
- Welchen Zusammenhang gibt es zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω des Rades und der Translationsgeschwindigkeit v seines Schwerpunktes?
- Wie groß ist das Drehmoment M, das auf das Maxwellsche Rad wirkt? Welche Größen müssen Sie messen, um das Drehmoment berechnen zu können?
- Für Kreisscheiben (Zylinder), wie sie hier im Versuch als Maxwellsches Rad benutzt werden, lässt sich das Trägheitsmoment J_S bzgl. der Rotationssymmetrieachse S direkt angeben (R: äußerer Radius; d: Dicke der Scheibe; m: Scheibenmasse, ρ: Dichte des Scheibenmaterials)



- In dem Versuch dreht sich das Rad (leider) nicht um seine Symmetrieachse S, sondern um die dazu parallel versetzte Achse durch A (s. Abb. 1). Berechnen Sie das Trägheitsmoment J_A, aus J_S von der vorherigen Aufgabe.
- Welcher Zusammenhang besteht bei jeder Drehbewegung zwischen Drehmoment M und Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}$? Auf welche Drehachse ist in dieser Beziehung das Trägheitsmoment bezogen?
- Mit diesen Überlegungen können Sie die Schwerpunktsbeschleunigung der Scheibe berechnen wie in Gleichung 2 (r ist der Radius der Achse). Schreiben Sie die Zwischenschritte auf dem Weg zu dieser Gleichung auf!
- Leiten Sie Gleichung 2 aus dem Energiesatz ab!
- Wie könnten Sie den Energieverlust des Systems durch Reibung experimentell bestimmen?
- Reibungsverluste gleicht man beim Jo-Jo dadurch aus, dass man es am unteren Umkehrpunkt nach oben zieht und um die gleiche Strecke beim Aufrollen wieder absenkt. Können Sie das erklären?

©Dr. Rüdiger Scholz, Dr. Kim-Alessandro Weber u. Dr. Roland Fleddermann - Leibniz Universität Hannover, Juni 2024

1 Grundlagen

Das Maxwellsche Rad dreht sich, während es mit der Geschwindigkeit v nach unten fällt, um die in Abb. **??** skizzierte Drehachse A (etwa in der Mitte des Fadens). Im Versuch arbeiten Sie mit zwei Stoppuhren:. Mit dem Digitalzähler in Abb. 3 messen Sie die Fallzeit t für die Fallstrecke s. Er wird mit einem Drahtauslöser oben gestartet und von der Gabellichtschranke, die sich in der Höhe verschieben lässt, unten gestoppt. Die Gabellichtschranke selbst misst außerdem noch die Zeit Δt für den Achsendurchlauf. Daraus können Sie Geschwindigkeit v nach dieser Fallstrecke s bestimmen.

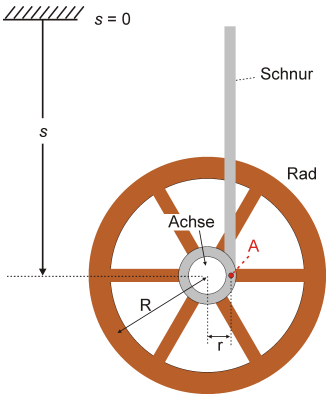


Abbildung 1: Zur Geometrie des MAXWELLschen Rades

2 Bewegungsgleichungen

In der Vorbereitung haben Sie sich ja bereits überlegt, wie Winkelgeschwindigkeit ω und die Translationsgeschwindigkeit des Schwerpunktes zusammenhängen.

$$v = \dots$$

Weiterhin haben Sie auch das Drehmoment M, das auf dieses Rad aufgrund der Schwerkraft wirkt bestimmt.

$$M = \dots$$

Zusammen mit dem Trägheitsmoment J_S bzgl. der Rotationssymmetrieachse S, bestimmt durch die Parameter R: äußerer Radius; d: Dicke der Scheibe; m: Scheibenmasse; ρ: Dichte des Scheibenmaterials

$$J_S = \dots \tag{1}$$

und dem STEINERschen Satz können Sie nun auch noch das Trägheitsmoment J_A um den Punkt A bestimmen:

$$J_A = \dots$$

Jetzt benötigen Sie noch den Zusammenhang zwischen Drehmoment M und Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}$, welchen Sie sich auch schon in der Vorbereitung überlegen sollten:

$$M = \dots$$

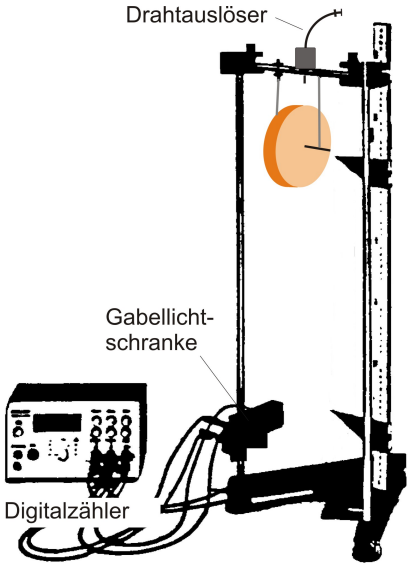


Abbildung 2: Versuchsaufbau

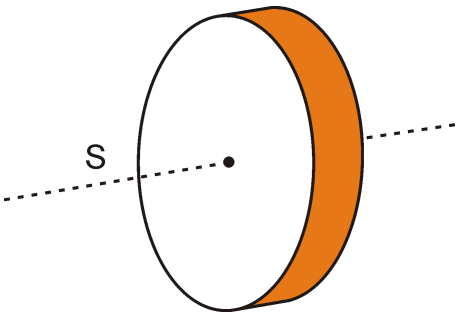


Abbildung 3: Zu Gl. 1

Mit all diesen Überlegungen können Sie nun schließlich die Schwerpunktsbeschleunigung der Scheibe berechnen (hier ist r der Radius der Achse):

$$\begin{aligned} M &= |r \times F| = rmg = I_A \dot{\omega} \\ \ddot{s} &= \frac{1}{1 + R^2/2r^2} g \end{aligned} \tag{2}$$

Das Maxwellsche Rad fällt also beschleunigt (das wussten Sie wohl auch schon vorher), und die Beschleunigung ist kleiner als g und konstant, wenn man von Reibungseffekten absieht.

3 Messungen mit einer der Kreisscheiben

(M1) Messen Sie jeder zweimal die beiden Zeiten für

- 3 verschiedene Fallstrecken $s < 10\,\text{cm}$ und
- 3 verschiedene Fallstrecken $s > 10\,\text{cm}$!

(M2) Bestimmen Sie den effektiven Abrollradius r_{eff}, indem Sie den Höhenunterschied Δs für 10 Umdrehungen messen: $\Delta s = 10 \cdot 2\pi r_{\text{eff}}$.

(M3) Wiegen Sie das Rad!

(M4) Messen Sie den Radius R und die Dicke d an mehreren Stellen. Messen Sie auch Durchmesser und Länge der Achse und die Fadendicke!

(M5) Wiederholen Sie die Messungen nach (M1) für ein zweites Rad. Diesmal brauchen Sie nur das Rad zu wiegen und den Achsendurchmesser zu messen.

4 Auswertung und Ergebnisse

(A1) Erstellen Sie die Graphen für $s = s(t); v = v(t) und s = s(t^2)$. Tragen Sie die Messunsicherheit als Fehlerbalken ein.

(A2) Die letzte Darstellung $s = s(t^2)$ ist eine linearisierte Darstellung. Bestimmen Sie hieraus die Beschleunigung $a = \ddot{s}$ mit Hilfe von jeweils einem linearen Fit (zum Beispiel mit QTI-Plot) für $s = s(t^2)$ und $v = v(t)$. Schätzen Sie die Unsicherheit von a ab.

(A3) Berechnen Sie mit Gl. 2 die Beschleunigung $a = \ddot{s}$ mit den gemessenen Werten für r_{eff} und R. Wie gut stimmt dieser Wert mit dem Ergebnis aus (A2) überein?

(A4) Benutzen Sie die experimentell ermittelte Beschleunigung aus (A2) um den effektiven Radius zu bestimmen. Aus Gl. 2 folgt $r_{\text{eff}}^2 \approx \frac{aJ_S}{mg}\left(1 + \frac{a}{g}\right) \approx \frac{aJ_S}{mg}$. Vergleichen Sie den hier bestimmten, effektiven Radius mit Ihrer Messung aus (M2). Drücken Sie die Abweichung relativ zur Fadendicke aus.

(A5) Schätzen Sie das Verhältnis des Trägheitsmomentes der dünnen Achse zum Trägheitsmoment der Schwungscheibe ab: Kann man das Trägheitsmoment der Achse vernachlässigen? Gilt das auch für die Masse der Achse?

©Dr. Rüdiger Scholz, Dr. Kim-Alessandro Weber u. Dr. Roland Fleddermann - Leibniz Universität Hannover, Juni 2024

(A6) Stellen Sie $W_{\mathrm{Pot}}, W_{\mathrm{Rot}}$ und W_{Ges} gemeinsam in *einem* Plot als Funktion der Zeit dar. Deuten Sie den Verlauf mit Hilfe des Energiesatzes.

(A7) Bestimmen Sie das Trägheitsmoment für das zweite Rad (M5) aus Ihren Messungen: $J_S = \frac{r_{\mathrm{eff}}^2 mg}{a}$.

©Dr. Rüdiger Scholz, Dr. Kim-Alessandro Weber
u. Dr. Roland Fleddermann - Leibniz Universität Hannover, Juni 2024

PhysikPraktikum